



Corso di aggiornamento per ingegneri

12 Crediti Formativi Professionali

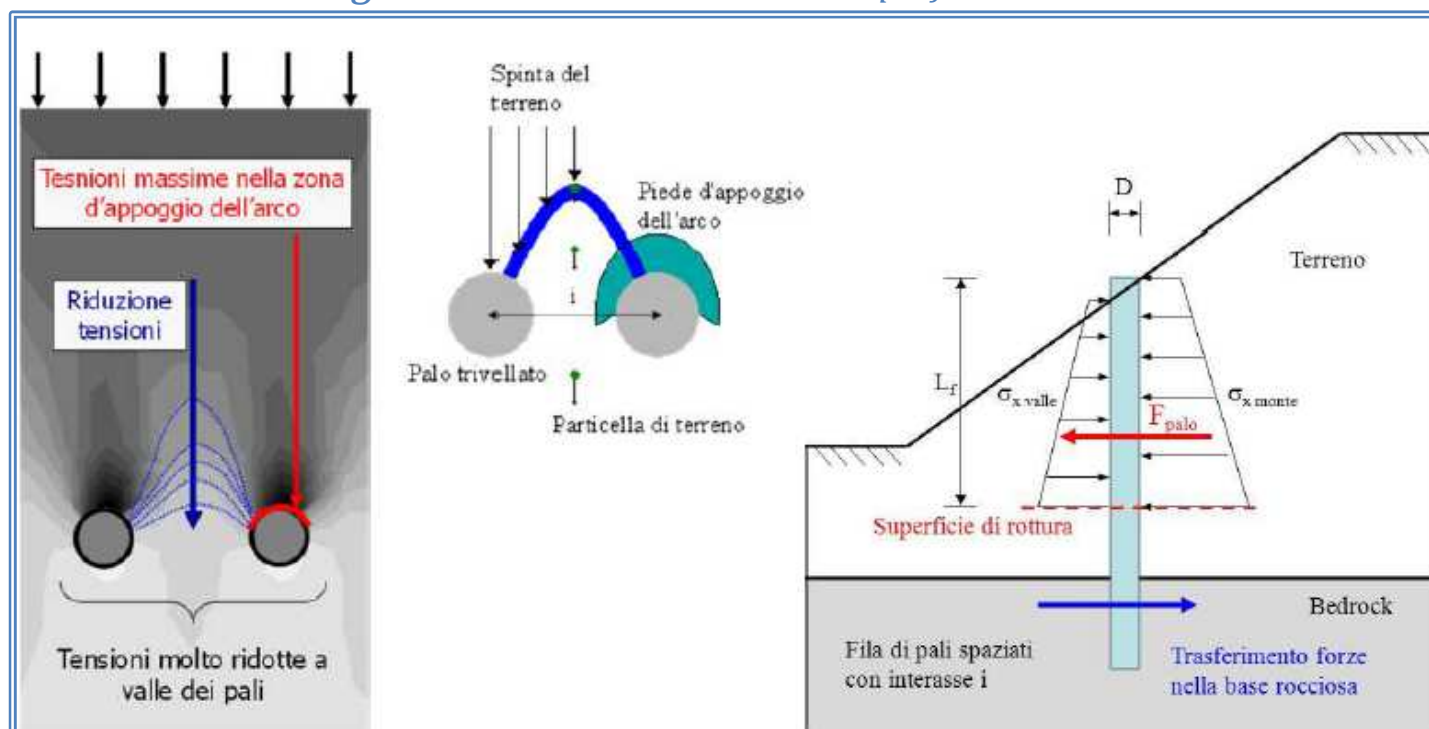
San Ponziano, Spoleto, 22-23 settembre 2017

Corso organizzato da APICE srl e prof. Aurelio Gherzi col patrocinio dell'Ordine degli Ingegneri della Provincia di Perugia

CORSO

Meccanica delle Frane e Metodologie di Consolidamento

Ing. Francesco Oliveto: Libero professionista



Spoleto, 23 Settembre 2017

MECCANICA DELLE FRANE E METODOLOGIE DI CONSOLIDAMENTO

INDICE

ore 8.30–10.30/11.00-13.00 :

1. Opere di Sostegno:

Strutture superficiali: (*muri a gravita, a mensola e contrafforti in c.a.*)

Strutture di sostegno speciali: (*Paratie libere e con tiranti, pali discreti, muri su pali e/o con tiranti, pozzi strutturali*)

2. Calcoli di Stabilit : Cenni sui metodi MEL, FEM-FDM.

3. Interazione struttura – Pendio instabile: Meccanismi di trasferimento delle azioni, fattore di sicurezza progetto, calcolo della resistenza degli interventi, scelta dell'ubicazione delle opere, effetto arco, verifiche di stabilit , metodi di calcolo per pali e pozzi strutturali soggetti ad azioni franose, proporzionamento e verifiche geotecniche e strutturali.

4. Pendii in roccia: Frane da crollo in roccia: Cenni sulle analisi del moto ed opere di protezione passiva.

2. **CALCOLI DI STABILITÀ DEI PENDII** : *Metodi di calcolo MEL, FEM/FDM e avanzati semplificati (NEWMARK)*

GENERALITÀ SULLA STABILITÀ DEI PENDII

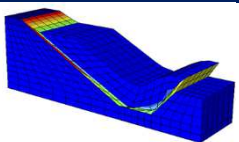
Quando il piano campagna non è orizzontale, sia nel caso di pendii naturali che di scarpate artificiali, le tensioni di taglio indotte dalle forze esterne come la gravità, il sisma, oscillazioni di falda o per l'intervento diretto dell'uomo, tendono a smuovere il terreno lungo potenziali superfici di scorrimento.

Se il pendio è in equilibrio, la resistenza al taglio mobilitata lungo ogni possibile superficie di scorrimento supera le tensioni indotte.

L'analisi di stabilità di un pendio è un problema molto complesso e di difficile schematizzazione, soprattutto per quanto riguarda la determinazione dei parametri di resistenza a taglio del terreno.

Determinante risulta la caratterizzazione geomorfologica della zona sede dell'eventuale movimento franoso, nonché la caratterizzazione stratigrafica, l'individuazione del livello di falda, la determinazione delle caratteristiche fisico-meccaniche dei terreni costituenti gli strati, etc.

I diversi metodi di calcolo presenti in letteratura soprattutto quelli più semplici si basano sul concetto dell'equilibrio limite globale.



2. CALCOLI DI STABILITÀ DEI PENDII : Metodi di calcolo MEL, FEM/FDM e avanzati semplificati (NEWMARK)

METODI DELL'EQUILIBRIO LIMITE GLOBALE (MEL)-IPOTESI DI BASE

La superficie di rottura, supposta nota, è suddivisa in un determinato numero di strisce che consentono di calcolare in modo agevole le grandezze che entrano in gioco nelle equazioni risolutive.

Tutti i metodi adottano come criterio di rottura il criterio di Mohr-Coulomb assieme al criterio delle tensioni efficaci di Terzaghi.

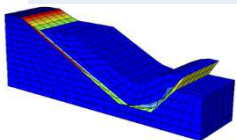
$$\tau_R = c' + (\sigma - u) \operatorname{tg} \phi' = c' + \sigma' \operatorname{tg} \phi'$$

In questa espressione c' e ϕ' sono la coesione e l'angolo di attrito efficaci σ è la tensione normale totale ed u rappresenta la pressione neutra.

Il fattore di sicurezza è definito come rapporto fra la resistenza a taglio disponibile e la resistenza a taglio mobilitata:

$$F = \frac{\text{resistenza a taglio disponibile}}{\text{resistenza a taglio mobilitata}}$$

$$F = \frac{\tau_R}{\tau}$$



METODI DELL'EQUILIBRIO LIMITE GLOBALE (MEL)-IPOTESI DI BASE



2. CALCOLI DI STABILITÀ DEI PENDII : Metodi di calcolo MEL, FEM/FDM e avanzati semplificati (NEWMARK)

METODI DELL'EQUILIBRIO LIMITE GLOBALE (MEL)-IPOTESI DI BASE

Suddivisa la superficie di rottura in n strisce e supponendo che il coefficiente di sicurezza sia unico per tutta la superficie abbiamo le seguenti incognite:

n forze normali alla base (**N**)
 n punti di applicazione delle forze normali
 n forze di taglio alla base (**T**)
 $n-1$ forze normali di interstriscia (**E**)
 $n-1$ punti di applicazione delle forze normali di interstriscia (**h**)
 $n-1$ forze tangenziali di interstriscia (**X**)
 1 coefficiente di sicurezza (**F**)

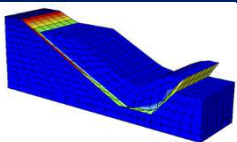
Le equazioni che si possono scrivere sono $4n$
 n equazioni di equilibrio alla traslazione orizzontale
 n equazioni di equilibrio alla traslazione verticale
 n equazioni di equilibrio alla rotazione
 n equazioni di Mohr-Coulomb

Il numero totale delle incognite è pari quindi a **$6n-2$** . Se le strisce hanno una larghezza limitata si commette un errore trascurabile nel ritenere che le forze alla base N , siano applicate al centro della base.

Con tale assunzione eliminiamo n incognite. Pertanto le incognite residue sono in numero di **$5n-2$** .

Rimangono pertanto **$(5n-2)-4n=n-2$** incognite in esubero rispetto al numero delle equazioni disponibili.

I vari metodi fanno delle assunzioni differenti per pareggiare numero delle equazioni e numero delle incognite.



2. CALCOLI DI STABILITÀ DEI PENDII : Metodi di calcolo MEL, FEM/FDM e avanzati semplificati (NEWMARK)

METODI DELL'EQUILIBRIO LIMITE GLOBALE (MEL)-IPOTESI DI BASE

A questo punto i metodi possono suddividersi in tre grandi categorie:

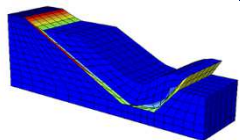
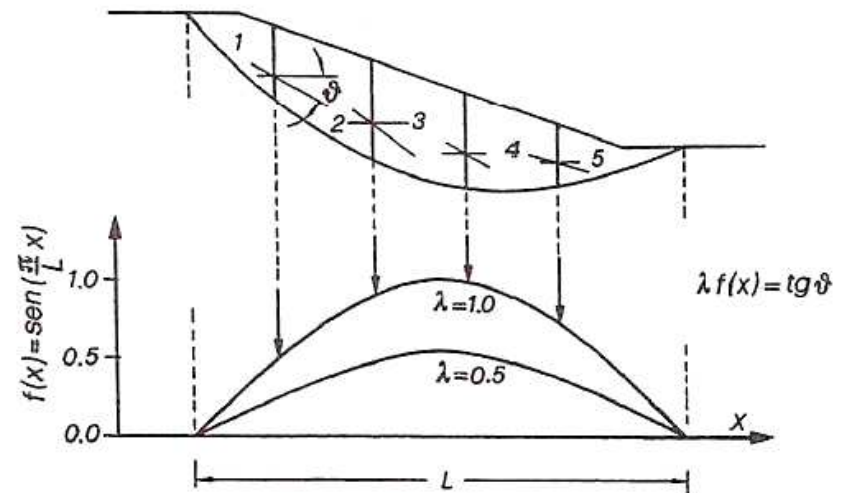
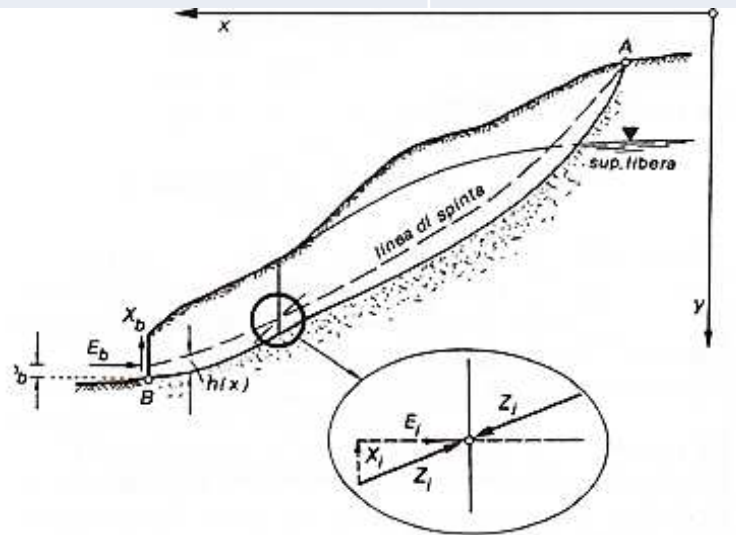
<input type="checkbox"/> Metodi dei momenti	→	M=0 F_M
<input type="checkbox"/> Metodi delle forze	→	H=0; V=0 F_F
<input type="checkbox"/> Metodi completi	→	H=0, V=0, M=0, F_M, F_F

EQUAZIONI AGGIUNTIVE

$$h(x) = \lambda_2 \cdot H(x)$$

$$X(x) = \lambda_3 \cdot T(x)$$

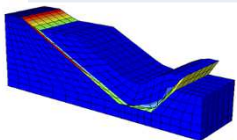
$$\sigma = \frac{C_1(1 - K_y) \cdot W_t \cdot \cos \alpha_t}{l_t} + C_2 \cdot f$$



2. CALCOLI DI STABILITÀ DEI PENDII : Metodi di calcolo MEL, FEM/FDM e avanzati semplificati (NEWMARK)

METODI DELL'EQUILIBRIO LIMITE GLOBALE (MEL)

Metodi	EQU Traslazione		EQU Rotazione	Ipotesi sulle forze interstrisce X_i, Y_i
	V	H		
Bishop semplificato	SI	NO	SI	<i>Le forze interstriscia sono orizzontali</i> $\rightarrow X_i = 0 \quad \lambda_i = 0$
Janbu semplificato	SI	SI	NO	<i>Le forze interstriscia sono orizzontali</i> $\rightarrow X_i = 0 \quad \lambda_i = 0$
Spencer	SI	SI	SI	<i>Le forze interstriscia sono parallele con inclinazione</i> $\rightarrow \tan \theta = X_i/Y_i$
Morgenstern e Price	SI	SI	SI	$\frac{X_i}{Y_i} = \lambda \cdot f(x)$
Corps of Engineering	SI	SI	NO	<i>Le forze interstriscia hanno inclinazioni pari a quella media del pendio</i>
Lowe - Karafiath	SI	SI	NO	<i>Le forze interstriscia hanno inclinazioni pari alla media tra quella del pendio e della superficie di scivolamento</i>



2. CALCOLI DI STABILITÀ DEI PENDII : Metodi di calcolo MEL, FEM/FDM e avanzati semplificati (NEWMARK)

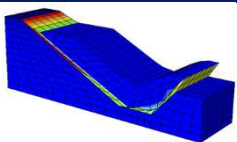
METODO DI FELLENIIUS (1927)

Ipotesi: Si trascurano le forze interstriscia in termini di risultante $E-X$, le stesse per il primo principio della dinamica sono uguali e contrarie e parallele alla base del concio.

INCOGNITE	EQUAZIONI
n forze normali alla base n forze di taglio alla base 1 coefficiente di sicurezza.	n equazioni di equilibrio alla traslazione verticale n equazioni di Mohr-Coulomb 1 equazioni di equilibrio intorno al centro di rotazione

Il metodo di Fellenius viene applicato adottando **superfici di scorrimento circolari**. L'equazione di equilibrio che si scrive è quella dei **momenti** intorno al centro della circonferenza. Il coefficiente di sicurezza della singola superficie di scorrimento ha una espressione lineare che si esprime secondo la seguente formula, dove:

$F = \frac{\sum_1^n \left(\frac{c_i b_i}{\cos \alpha_i} + [W_i \cos \alpha_i - u_i l_i] \tan \phi_i \right)}{\sum_1^n W_i \sin \alpha_i}$	<p>n è il numero delle strisce considerate; b_i e α_i sono la larghezza e l'inclinazione della base della striscia i-esima rispetto all'orizzontale; W_i è il peso della striscia i-esima e c_i e ϕ_i sono le caratteristiche del terreno (coesione ed angolo di attrito) lungo la base della striscia. u_i ed l_i rappresentano la pressione neutra lungo la base della striscia e la lunghezza della base della striscia</p>
--	---



2. CALCOLI DI STABILITÀ DEI PENDII : Metodi di calcolo MEL, FEM/FDM e avanzati semplificati (NEWMARK)

METODO DI BISHOP SEMPLIFICATO (1958)

Si trascurano le componenti taglianti delle forze interstriscia $\Delta X_i = 0$, superficie circolare

INCOGNITE	EQUAZIONI
<i>n</i> forze normali alla base ; <i>n</i> forze di taglio alla base ; <i>n-1</i> forze normali di interstriscia ; <i>n-1</i> punti di applicazione delle forze normali di interstriscia; 1 coefficiente di sicurezza	<i>n</i> equazioni di equilibrio alla traslazione verticale <i>n</i> equazioni di equilibrio alla traslazione orizzontale <i>n</i> equazioni di equilibrio alla rotazione <i>n</i> equazioni di Mohr-Coulomb 1 equazioni di equilibrio intorno al centro di rotazione

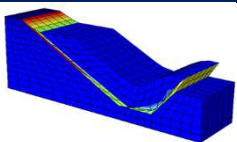
Il coefficiente di sicurezza, della singola superficie di scorrimento presa in considerazione, nel metodo di Bishop si esprime secondo la seguente formula:

$$F = \frac{\sum_1^n \left(\frac{c_i b_i + (N_i / \cos \alpha_i - u_i b_i) \tan \phi_i}{m} \right)}{\sum_1^n W_i \sin \alpha_i}$$

$$m = \left(1 + \frac{\tan \phi_i \tan \alpha_i}{F} \right) \cos \alpha_i$$

Dove i parametri delle formule hanno lo stesso significato del metodo di **Fellenius**.

L'espressione del coefficiente di sicurezza di Bishop contiene al secondo membro il termine **m** che è funzione di **F**. Quindi è risolta per successive iterazioni, assumendo un valore iniziale per **F** nell'espressione di **m** ed si itera fino a quando **il valore calcolato coincide con il valore assunto**.



2. CALCOLI DI STABILITÀ DEI PENDII : Metodi di calcolo MEL, FEM/FDM e avanzati semplificati (NEWMARK)

METODO DI JANBU SEMPLIFICATO (1955)

Si trascurano le componenti taglianti delle forze interstriscia $\Delta X_i = 0$, superficie generica

INCOGNITE	EQUAZIONI
<p>n forze normali alla base n forze di taglio alla base ; $n-1$ forze normali di interstriscia 1 coefficiente di sicurezza</p>	<p>n equazioni di equilibrio alla traslazione verticale n equazioni di equilibrio alla traslazione orizzontale n equazioni di Mohr-Coulomb</p>

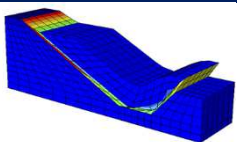
Il coefficiente di sicurezza nel metodo di **Janbu semplificato** si esprime secondo la seguente formula che si ottiene dall'equilibrio alla traslazione verticale e orizzontale:

$$F = \frac{\sum_1^n [c_i b_i + (N_i / \cos \alpha_i - u_i b_i) \tan \phi_i]}{\sum_1^n W_i \tan \alpha_i}$$

$$N_i = \frac{W_i - (c_i l_i \sin \alpha_i / F) + (u_i l_i \tan \phi \sin \alpha_i / F)}{m}$$

$$m = \cos \alpha + \frac{\sin \alpha \tan \phi}{F}$$

L'espressione del coefficiente di sicurezza di Janbu semplificato contiene al secondo membro il termine **m** che è funzione di **F**. Quindi essa è risolta per successive approssimazioni assumendo un valore iniziale per **F** da inserire nell'espressione di **m** ed iterare fino a quando il valore calcolato coincide con il valore assunto.



2. CALCOLI DI STABILITÀ DEI PENDII : Metodi di calcolo MEL, FEM/FDM e avanzati semplificati (NEWMARK)

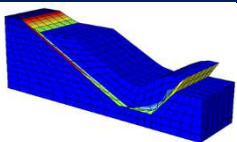
METODO DI JANBU COMPLETO (1973)

Suppone noti i punti di applicazione delle forze normali di interstriscia, superficie di forma generica. $h(x) = \lambda_2 \cdot H(x)$

INCOGNITE	EQUAZIONI
<i>n</i> forze normali alla base <i>n</i> forze di taglio alla base <i>n-1</i> forze normali di interstriscia <i>n-1</i> forze tangenziali di interstriscia 1 coefficiente di sicurezza	<i>n</i> equazioni di equilibrio alla traslazione verticale <i>n</i> equazioni di equilibrio alla traslazione orizzontale <i>n</i> equazioni di equilibrio alla rotazione <i>n</i> equazioni di Mohr-Coulomb (1 equazione ridondante)

Il coefficiente di sicurezza nel metodo di **Janbu completo** si esprime secondo la seguente formula che si ottiene dall'equilibrio alla traslazione verticale e orizzontale:

$$F = \frac{\sum_1^n \left(\frac{c_i b_i + (W_i - \Delta X_i - u_i l_i) \tan \phi}{1 + \frac{\tan \alpha_i \tan \phi}{F}} \right) b_i (1 + \tan^2 \alpha_i)}{(E_a - E_b) + \sum_1^n [(W_i - \Delta X_i) b_i \tan \alpha_i]}$$



2. CALCOLI DI STABILITÀ DEI PENDII : Metodi di calcolo MEL, FEM/FDM e avanzati semplificati (NEWMARK)

METODO DI JANBU COMPLETO (1973)

PARAMETRI

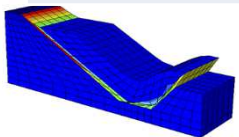
Dove in questa espressione :

- **n** è il numero delle strisce considerate ;
- **b_i** e **α_i** sono la larghezza e l'inclinazione della base della striscia i-esima rispetto all'orizzontale;
- **W_i** è il peso della striscia i-esima ;
- **c_i** e **φ_i** sono le caratteristiche del terreno (coesione ed angolo di attrito) lungo la base della striscia ;
- **u_i** è la pressione neutra lungo la base della striscia;
- **E_a** ed **E_b** rappresentano le eventuali forze orizzontali agli estremi della superficie di scorrimento analizzata, e **ΔX_i** è la variazione delle forze di taglio di interstriscia.

SOLUZIONE

La soluzione del problema avviene per successive iterazioni:

- Si assume un valore iniziale per **F₀** da inserire nel secondo membro dell'espressione;
- In questo modo si può determinare il valore dall'espressione e si ricava un nuovo valore di **F₁**.
- Le iterazioni continuano fino a quando i valori del **coefficiente calcolato in due passi di iterazione successivi risultano coincidenti**.



2. CALCOLI DI STABILITÀ DEI PENDII : Metodi di calcolo MEL, FEM/FDM e avanzati semplificati (NEWMARK)

METODO DI BELL (1968)

Suppone nota la distribuzione delle σ alla base delle strisce (introducendo le incognite C1 e C2), superficie di forma generica: $\sigma = \frac{C_1(1-K_y) \cdot W_t \cdot \cos \alpha_t}{l_t} + C_2 \cdot f$

INCOGNITE	EQUAZIONI
<i>n</i> forze di taglio alla base <i>n-1</i> forze normali di interstriscia <i>n-1</i> punti di applicazione delle forze normali di interstriscia <i>n-1</i> forze tangenziali di interstriscia 1 coefficiente di sicurezza 2 fattori C1 e C2	<i>n</i> equazioni di equilibrio alla traslazione verticale <i>n</i> equazioni di equilibrio alla traslazione orizzontale <i>n</i> equazioni di equilibrio alla rotazione <i>n</i> equazioni di Mohr-Coulomb

Come riportato nelle ipotesi si considera nota la distribuzione della pressione normale agente sulle basi delle strisce. In particolare per la σ è assunta l'espressione :

$$\sigma = \frac{C_1(1-K_y)W_i \cos \alpha_i}{l_i} + C_2 * f$$

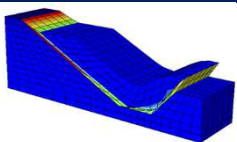
$$f = \frac{\sin 2\pi(x_i - x_{ci})}{x_n - x_0}$$

Per determinare F_s occorre risolvere il seguente sistema di equazioni non lineari, combinando equilibrio e rottura:

$$M_{11}C_1 + M_{12}C_2 + M_{13}C_3 = V_1$$

$$M_{21}C_1 + M_{22}C_2 + M_{23}C_3 = V_2$$

$$M_{31}C_1 + M_{32}C_2 + M_{33}C_3 = V_3$$



2. CALCOLI DI STABILITÀ DEI PENDII : Metodi di calcolo MEL, FEM/FDM e avanzati semplificati (NEWMARK)

METODO DI BELL (1968)

dove i coefficienti del sistema si ricavano dalle equazioni di equilibrio e valgono:

$$M_{11} = (1 - K_y) \left[\sum_1^n W_i \cos^2 \alpha_i \tan \phi_i - F \sum_1^n \cos \alpha_i \sin \alpha_i \right]$$

$$M_{12} = \sum_1^n f_i b_i \tan \phi_i - F \sum_1^n f_i b_i \tan \alpha_i$$

$$M_{13} = \sum_1^n c_i b_i$$

$$M_{21} = (1 - K_y) \left[\sum_1^n W_i \cos \alpha_i \sin \alpha_i \tan \phi_i + F \sum_1^n \cos^2 \alpha_i \right]$$

$$M_{22} = \sum_1^n f_i b_i \tan \alpha_i \tan \phi_i + F \sum_1^n f_i b_i$$

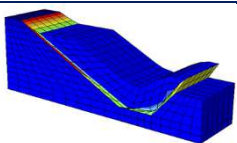
$$M_{23} = \sum_1^n c_i b_i \tan \alpha_i$$

$$M_{31} = (1 - K_y) \left[\sum_1^n (W_i \cos^2 \alpha_i \tan \phi_i) y_{ci} + \sum_1^n (W_i \cos \alpha_i \sin \alpha_i \tan \phi_i) x_{ci} + F \left[\sum_1^n (W_i \cos^2 \alpha_i) x_{ci} - \sum_1^n (W_i \cos \alpha_i \sin \alpha_i) y_{ci} \right] \right]$$

$$M_{32} = \sum_1^n (f_i b_i \tan \phi_i) y_{ci} + \sum_1^n (f_i b_i \tan \alpha_i \tan \phi_i) x_{ci} - F \left[\sum_1^n (f_i b_i \tan \alpha_i) y_{ci} + \sum_1^n (f_i b_i) x_{ci} \right]$$

$$M_{33} = \sum_1^n (c_i b_i) y_{ci} + \sum_1^n (c_i b_i \tan \alpha_i) x_{ci}$$

$$V_1 = \sum_1^n u_{wi} b_i \tan \phi_i + F \left(K_x \sum_1^n W_i - X \right)$$



2. CALCOLI DI STABILITÀ DEI PENDII : Metodi di calcolo MEL, FEM/FDM e avanzati semplificati (NEWMARK)

METODO DI BELL (1968)

dove i coefficienti del sistema si ricavano dalle equazioni di equilibrio e valgono:

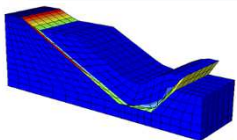
$$V_2 = \sum_1^n u_{wi} b_i \tan \alpha_i \tan \phi_i + F \left[(1 - K_y) \sum_1^n W_i + Z \right]$$

$$V_3 = \sum_1^n (u_{wi} b_i \tan \phi_i) y_{ci} + \sum_1^n (u_{wi} b_i \tan \alpha_i \tan \phi_i) x_{ci} + F \left[K_x \sum_1^n W_i y_{cgi} + (1 - K_y) \sum_1^n W_i x_{cgi} - X y_x - Z x_y \right]$$

La ricerca del fattore di sicurezza avviene operando sul coefficiente **C3**. Si comincia da due valori di **F** che individuano un intervallo, all'interno del quale si può ritenere sia compreso il coefficiente di sicurezza soluzione del problema. Risolvendo il sistema si ricavano i due corrispondenti valori di **C3** e quindi si reitera prendendo come nuovo valore quello derivante dall'interpolazione:

$$F = F_f + \frac{1 - C_{3f}}{C_{3f} - C_{3i}} (F_f - F_i)$$

Dove : gli indici **i** ed **f** stanno rispettivamente per iniziale e finale. L'iterazione si può fermare quando la differenza tra l'ultimo **F** ricavato ed il penultimo è minore di tolleranza piccola fissata, oppure quando la differenza di **C3** dall'unità può essere ritenuta trascurabile.



2. CALCOLI DI STABILITÀ DEI PENDII : Metodi di calcolo MEL, FEM/FDM e avanzati semplificati (NEWMARK)

METODO DI MORGENSTERN E PRICE (1965)

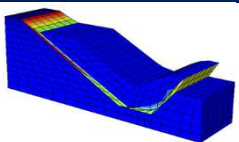
Suppone nota la relazione fra le forze normali e tangenziali di interstriscia $\mathbf{X} = \lambda \mathbf{f}(\mathbf{x}) \mathbf{E}$: superficie di forma generica.

INCOGNITE	EQUAZIONI
<i>n forze normali alla base</i>	<i>n equazioni di equilibrio alla traslazione verticale</i>
<i>n forze di taglio alla base</i>	<i>n equazioni di equilibrio alla traslazione orizzontale</i>
<i>n-1 forze normali di interstriscia</i>	<i>n equazioni di equilibrio alla rotazione</i>
<i>n-1 punti di applicazione delle forze normali di interstriscia</i>	<i>n equazioni di Mohr-Coulomb</i>
<i>n-1 forze tangenziali di interstriscia</i>	<i>n-1 relazioni fra le forze interstriscia normali e tangenziali</i>
<i>1 coefficiente λ 1 coefficiente di sicurezza</i>	

Come accennato in precedenza il metodo di Morgenstern-Price è quella di considerare nota la forma della funzione che lega le forze di interstriscia tangenziali \mathbf{X} con le forze normali \mathbf{E} . In particolare la suddetta relazione si esprime come : $\mathbf{X} = \lambda \mathbf{f}(\mathbf{x}) \mathbf{E}$

dove:

- λ è una costante scalare incognita ed $f(x)$ è una funzione di inclinazione definibile con la limitazione $|f(x)| \leq 1$. In generale può essere, costante, trapezio, sinusoidale, generica.



2. CALCOLI DI STABILITÀ DEI PENDII : Metodi di calcolo MEL, FEM/FDM e avanzati semplificati (NEWMARK)

METODO DI MORGENSTERN E PRICE (1965)

Supponendo che la linea di rottura ha equazione $y=y(x)$ e la linea delle forze abbia equazione $y=y_t(x)$, il coefficiente di sicurezza nel metodo di Morgenstern-Price si ottiene risolvendo il sistema di equazioni differenziali che esprimono l'equilibrio alla traslazione e quello alla rotazione. Lo stesso Morgenstern ammette che la risoluzione di queste equazioni differenziali è tutt'altro che agevole, e suggerisce di linearizzare il problema in modo che:

- ❑ la superficie di rottura ha sulla striscia un'espressione del tipo: $y = Ax + B$;
- ❑ la funzione $f(x)$ ha sulla striscia un'espressione del tipo: $f(x) = kx + m$;
- ❑ La funzione peso ha una funzione del tipo: $\frac{dW}{dx} = p(x) + q$;

Con queste assunzioni le equazioni differenziali risolutive possono esprimersi nella seguente forma, le cui condizioni al contorno sono:

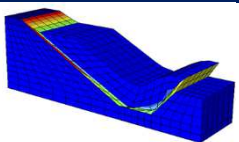
$$\frac{dE}{dx}(Kx + L) + KE = Nx + P$$

$$X = \frac{dE}{dx}y - \frac{d}{dx}(Ey_t)$$

$$E(x) = E_a \quad \text{quando } x = x_0$$

$$E(x) = E_b \quad \text{quando } x = x_n$$

$$M = E(y - y_t) = \int_{x_0}^{x_n} \left(X - E \frac{dy}{dx} \right) dx = 0$$



2. CALCOLI DI STABILITÀ DEI PENDII : Metodi di calcolo MEL, FEM/FDM e avanzati semplificati (NEWMARK)

METODO DI MORGENSTERN E PRICE (1965)

I termini del sistema sono dati da:

$$K = \lambda k \left(\frac{\tan \phi}{F} + A \right)$$

$$L = \lambda m \left(\frac{\tan \phi}{F} + A \right) + A \frac{\tan \phi}{F} - 1$$

$$N = p \left[A + \frac{\tan \phi}{F} - r_u (1 + A^2) \frac{\tan \phi}{F} \right]$$

$$P = q \left[A + \frac{\tan \phi}{F} - r_u (1 + A^2) \frac{\tan \phi}{F} \right] + \frac{c}{F} [1 + A^2]$$

Il termine **ru** è il coefficiente adimensionale che tiene conto della pressione neutra ed è definito dalla relazione: **ru = u_w/Wb**.

Lo schema iterativo che permette di determinare il coefficiente di sicurezza è il seguente:

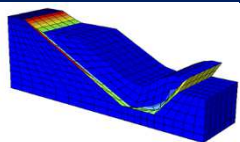
- si assegnano due valori ad **F** ed a **λ**;
- si calcolano **M_i** ed **E_i** dalle equazioni riportate;
- si calcolano **δλ** e **δF**;
- si incrementano **λ = λ + δλ** ed **F = F + δF**;

Si controlla la convergenza nel qual caso si ferma l'iterazione altrimenti si torna al primo passo. Per la determinazione degli incrementi si ricorre al procedimento di Newton- Raphson a due variabili:

dove : **M_n** ed **E_n** sono i valori di **M** ed **E** all'ultima striscia

$$\delta \lambda = \frac{M_n \frac{dE_n}{dF} - E_n \frac{dM_n}{dF}}{\frac{dE_n}{d\lambda} \frac{dM_n}{dF} - \frac{dM_n}{d\lambda} \frac{dE_n}{dF}}$$

$$\delta F = \frac{E_n \frac{dM_n}{dF} - M_n \frac{dE_n}{dF}}{\frac{dE_n}{d\lambda} \frac{dM_n}{dF} - \frac{dM_n}{d\lambda} \frac{dE_n}{dF}}$$



2. CALCOLI DI STABILITÀ DEI PENDII : Metodi di calcolo MEL, FEM/FDM e avanzati semplificati (NEWMARK)

METODO DI SPENCER (1968)

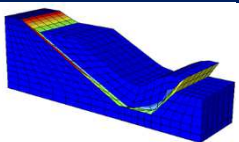
L'ipotesi assunta da Spencer è che le forze laterali di interstriscia siano tutte tra loro parallele. Cioè si suppone che il loro angolo di inclinazione sia $\theta = \text{cost.}$ Attraverso questa ipotesi le equazioni alla traslazione si riducono ad un'unica equazione dalla forma:

$$\Delta Z_i = \frac{W_i \sin \alpha_i - \frac{cb_i}{F \cos \alpha_i} - (W_i \cos \alpha_i - N_{bi}) \frac{\tan \phi}{F}}{\cos(\alpha_i - \theta_i) \left[\tan(\alpha_i - \theta_i) \frac{\tan \phi}{F} + 1 \right]} \quad \sum_i \Delta Z_i = 0$$

Inoltre l'ipotesi di superfici di scorrimento circolari permette di semplificare anche l'equazione di equilibrio alla rotazione nella forma seguente: $\sum_i [\Delta Z_i \cos(\alpha_i - \theta_i)] = 0$

A questo punto la determinazione del coefficiente di sicurezza è effettuata risolvendo iterativamente e separatamente le due ultime equazioni viste per un assegnato valore di θ_i ; in questo modo si otterrà una coppia di coefficienti di sicurezza **Ff** ed **Fm** di cui il primo soddisfa l'equilibrio alla traslazione, mentre il secondo soddisfa l'equilibrio alla rotazione.

Questi valori non sono generalmente uguali. Si possono costruire per punti le curve $F = F_f(\theta)$ ed $F = F_m(\theta)$ si può ricavare il valore di θ tale che risulti: $F_f = F_m = F$. Riguardo ai valori di F e di θ si può affermare che F_{finale} ha un valore prossimo a quello ricavato nell'equazione di equilibrio alla rotazione ponendo $\theta = 0$; mentre il valore di q è sempre compreso tra 0 e la massima inclinazione del pendio.



2. CALCOLI DI STABILITÀ DEI PENDII : Metodi di calcolo MEL, FEM/FDM e avanzati semplificati (NEWMARK)

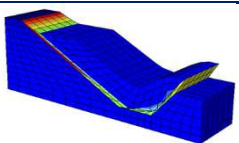
METODO DI SARMA (1973)

Ipotesi: Suppone nota la distribuzione delle forze tangenziali di interstriscia $DX = \lambda \psi$, superficie di forma generica

INCOGNITE	EQUAZIONI
<i>n</i> forze normali alla base <i>n</i> forze di taglio alla base <i>n-1</i> forze normali di interstriscia <i>n-1</i> punti di applicazione delle forze normali di interstriscia <i>n-1</i> forze tangenziali di interstriscia <i>1</i> λ <i>1</i> accelerazione critica K_c	<i>n</i> equazioni di equilibrio alla traslazione verticale <i>n</i> equazioni di equilibrio alla traslazione orizzontale <i>n</i> equazioni di equilibrio alla rotazione <i>n</i> equazioni di Mohr-Coulomb <i>n-1</i> relazioni per le forze di interstriscia tangenziali

Questo metodo consente l'analisi di stabilità per qualsiasi forma della superficie di rottura. Il coefficiente di sicurezza nel metodo di Sarma è determinato per un'accelerazione orizzontale uniforme che sarà la causa del cedimento del pendio.

Il procedimento può essere adottato per trovare un fattore di sicurezza statico ordinario, semplicemente amplificando i parametri di resistenza del terreno fino a quando, per il cedimento, si richiede un fattore di accelerazione orizzontale pari a zero.



2. CALCOLI DI STABILITÀ DEI PENDII : Metodi di calcolo MEL, FEM/FDM e avanzati semplificati (NEWMARK)

METODO DI SARMA (1973)

Le equazioni da prendere in considerazione sono: l'equazione di equilibrio alla traslazione orizzontale e verticale nonché l'equazione di equilibrio dei momenti.

Di seguito sono riportate le equazioni. Condizioni di equilibrio alla traslazione orizzontale e verticale:

$$N_i = \frac{(W_i - \Delta X_i - c_i b_i \tan \alpha_i + U_i \tan \phi_i \sin \alpha_i) \cos \phi_i}{\cos \alpha_i \cos \phi_i + \sin \phi_i \sin \alpha_i}$$

Dalla prima di queste relazioni, insieme al criterio di Mohr-Coulomb, che mette in relazione le forze N e S :

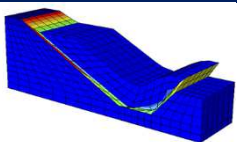
$$S_i = (N_i - U_i) \tan \phi_i + \frac{c_i b_i}{\cos \alpha_i}$$

si ottiene l'espressione per la sostituzione di entrambe le forze N e S nella seconda equazione cioè:

$$\begin{aligned} N_i \cos \alpha_i + S_i \sin \alpha_i &= W_i - \Delta X_i \\ S_i \cos \alpha_i - N_i \sin \alpha_i &= k W_i - \Delta E_i \end{aligned}$$

La seconda equazione diventa:

$$S_i = \frac{(W_i - \Delta X_i - U_i \cos \alpha_i) \sin \phi_i - c_i b_i \cos \alpha_i}{\cos \alpha_i \cos \phi_i + \sin \phi_i \sin \alpha_i}$$



2. CALCOLI DI STABILITÀ DEI PENDII : Metodi di calcolo MEL, FEM/FDM e avanzati semplificati (NEWMARK)

METODO DI SARMA (1973)

la quale fornisce un'espressione per la massima forza sismica orizzontale che può essere sopportata kW_i che è la seguente:

$$kW_i = D_i - \Delta E_i - \Delta X_i \tan(\phi_i - \alpha_i)$$

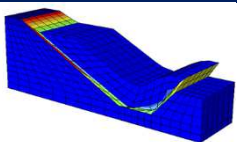
nella quale D_i ha l'espressione:

$$D_i = W_i \tan(\phi_i - \alpha_i) + \frac{c_i b_i \frac{\cos \phi_i}{\cos \alpha_i} + U_i \sin \phi_i}{\cos \phi_i \cos \alpha_i + \sin \phi_i \sin \alpha_i}$$

Tutte le grandezze contrassegnate con il pedice i sono da intendersi riferite alla striscia i -esima. A questo punto i valori ottenuti per tutte le strisce possono essere sommati per ottenere la forza sismica orizzontale totale $k\Sigma W_i$. Fatto ciò si trova che la somma ΣDE_i deve essere nulla.

Anche ΣDX_i deve esserlo, ma quando i termini individuali sono moltiplicati per un diverso coefficiente si ottiene un risultato diverso da zero. Quindi: $\sum \Delta X_i \tan(\phi_i - \alpha_i) + \sum kW_i = \sum D_i$

L'espressione dell'equilibrio del momento rispetto al centro di gravità della massa che scivola è data da: $\sum (S_i \cos \alpha_i - N_i \sin \alpha_i)(y_i - y_g) + \sum (N_i \cos \alpha_i + T_i \sin \alpha_i)(x_i - x_g) = 0$



2. CALCOLI DI STABILITÀ DEI PENDII : Metodi di calcolo MEL, FEM/FDM e avanzati semplificati (NEWMARK)

METODO DI SARMA (1973)

Nell'espressione x_i ed y_i sono le coordinate del punto mediano della base della striscia. Con la scelta del punto al quale è riferita l'espressione dei momenti, si annullano le somme di W e kW . Inoltre le forze di interstriscia non danno momento. La condizione del momento, tenendo conto dell'espressione (A) e della relazione di Mohr-Coulomb, può essere riscritta come:

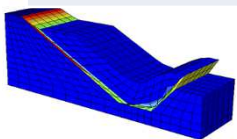
$$\sum \Delta X_i [(y_i - y_g) \tan(\phi_i - \alpha_i) + (x_i - x_g)] = \sum W_i (x_i - x_g) + \sum D_i (y_i - y_g)$$

Sarma definisce ogni ΔX nella forma : $\Delta X = \lambda \psi$, in cui y_i è noto e $\sum y_i = 0$. A questo punto le due equazioni che permettono la soluzione del problema sono:

$$\begin{aligned} \lambda \sum \psi_i \tan(\phi_i - \alpha_i) + k \sum W_i &= \sum D_i \\ \lambda \sum \psi_i [(y_i - y_g) \tan(\phi_i - \alpha_i) + (x_i - x_g)] &= \sum W_i (x_i - x_g) + \sum D_i (y_i - y_g) \end{aligned}$$

Da queste due equazioni si ricavano:

$$\begin{aligned} \lambda &= \frac{\sum W_i (x_i - x_g) + \sum D_i (y_i - y_g)}{\sum \psi_i (y_i - y_g) \tan(\phi_i - \alpha_i) + (x_i - x_g)} \\ k &= \frac{\sum D_i - \lambda \sum \psi_i \tan(\phi_i - \alpha_i)}{\sum W_i} \end{aligned}$$



2. CALCOLI DI STABILITÀ DEI PENDII : Metodi di calcolo MEL, FEM/FDM e avanzati semplificati (NEWMARK)

METODO DI SARMA (1973)

Noti k e l è possibile ricavare dalle equazioni precedenti ΔX e ΔE e quindi i valori di N e T per ogni striscia. Sarma suggerisce di assumere per la funzione ψ la seguente espressione:

$$\psi = \left[\frac{(K - R_u)hH^2}{2} \tan \phi + cH \right] \longrightarrow K = \frac{\left\{ 1 - \sin \beta (1 - 2R_u) \sin \phi + 4c \frac{\cos \phi}{\gamma H} \right\}}{1 + \sin \phi \sin \beta}$$
$$\beta = 2\alpha - \phi$$
$$R_u = \frac{U \cos \alpha}{W}$$

CONFRONTO FRA I VARI METODI

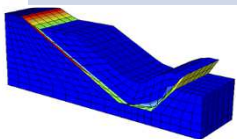
Il metodo di Fellenius risulta in generale cautelativo rispetto agli altri metodi. L'errore varia dal 5 al 40 % in funzione del regime di pressioni neutre, e superfici profonde;

Il metodo di Bishop semplificato nonostante le ipotesi sulle forze interstriscia da risultati comparabili con i metodi più complessi, errori per superfici con pendenze negative;

Il metodo di Morgenstern & Price o il GLE è quello più accurato, rappresenta un metodo di riferimento, indispensabile per superfici di scorrimento generici.

Il metodo di Janbu molto utilizzato spesso non converge in particolari condizioni geom-sottosuolo;

Il metodo di Sarma simile a Morgenstern nasce in ambito sismico.

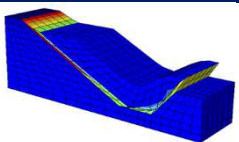


2. CALCOLI DI STABILITÀ DEI PENDII : Metodi di calcolo MEL, FEM/FDM e avanzati semplificati (NEWMARK)

PROBLEMI NUMERICI ED ERRORI CON I METODI MEL

I metodi MEL o dei concetti possono presentare alcune difficoltà di tipo numerico nella soluzione delle equazioni dell'equilibrio. Tali problematiche sono da ascrivere al calcolo della forza N_i che entra in gioco nell'equilibrio alla traslazione verticale. La forza in esame può risultare negativa o eccessivamente elevata. I casi possono essere dovuti:

1. Nel caso di superfici profonde, in prossimità del piede del pendio dove questa risale verso il piano campagna con inclinazione elevata, in questo caso i valori di α è negativo per cui il termine $m\alpha$ del metodo di BISHOP o JANBU diventa negativo rendendo l'equazione non risolvibile. Il problema si risolve con la modifica della superficie di scorrimento tramite la validità teorie spinte delle terre (gli angoli di rottura in regime attivo e passivo-Rankine);
2. Un altro caso si può presentare in terreni con forte coesione nelle zone prossime alla sommità del pendio dove per superfici poco profonde le forze alla base delle strisce possono diventare negative a causa del basso stato tensionale. Il problema si risolve introducendo alla testa del pendio superfici di trazione verticali di opportuna profondità.
3. Problemi di convergenza si hanno nel caso di analisi con superfici di scorrimento che non rispettano la cinematica del probabile corpo frana in funzione del modello geotecnico,



2. CALCOLI DI STABILITÀ DEI PENDII : Metodi di calcolo MEL, FEM/FDM e avanzati semplificati (NEWMARK)

PROBLEMI NUMERICI ED ERRORI CON I METODI MEL

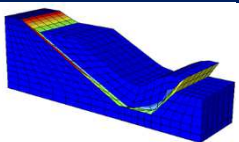
Errori possono essere commessi sia nella risoluzione dei metodi di calcoli che nelle approssimazione dello stesso metodo dei conci, ad esempio la geometria linearizzata della base della striscia definisce angoli ed aree e quindi forze affette da errori. L'errore può essere minimizzato aumentando il numero di suddivisione dei conci.

Altri problemi sono insiti nel non verificare l'ammissibilità della soluzione ottenuta. Sappiamo che l'ipotesi dei MEL considera il terreno non reagente a trazione e comportamento rigido plastico al di sopra della superficie analizzata, con solo deformazione di taglio lungo la superficie di scorrimento, quindi sono da escludere rotture interne alla massa instabile (strisce), ossia bisogna verificare che la soluzione ottenuta rispetti i criteri di rottura lungo i lati verticali dei conci:

$$(1) - X_i \leq X_{if} = c' \cdot H + E' \cdot \operatorname{tg} \varphi'$$

$$(2) - E' \geq 0 \text{ ossia interna al terzo medio di } H$$

La prima equazione ci dice che non può essere superata la resistenza a taglio lungo il lato verticale ossia evitare lo scorrimento, la seconda e che le forze interstriscia normali possono scambiarsi solo azioni di compressione essendo il terreno non resistente a trazione.

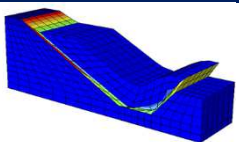


2. **CALCOLI DI STABILITÀ DEI PENDII** : *Metodi di calcolo MEL, FEM/FDM e avanzati semplificati (NEWMARK)*

RICERCA DELLA SUPERFICIE CRITICA

La ricerca della superficie critica di un pendio instabile o al limite di stabilità è un'operazione a volte semplice ma in molti casi può diventare un problema complesso. Con ciò si vuol dire che:

- ☐ Se sto studiando un movimento franoso attivo o riattivato su una superficie preesistente, tramite misure di spostamento superficiale e profondo e relativo monitoraggio, posso risalire ad essa. In questo caso la superficie è definita con la sua forma reale che segue il tipo di movimento. L'analisi di stabilità avviene su quest'ultima tenendo conto che essendo una frana attiva o riattivata usiamo i parametri di resistenza residui.
- ☐ Nel caso di pendii al limite di stabilità con modelli geotecnici complessi in relazione alle tipologie dei terreni (comportamento meccanico, anisotropia, fragilità), al profilo stratigrafico, al piano campagna, al regime delle pressioni neutre (tipo di falda), alla distribuzione dei carichi sul p.c, e soprattutto non si evince dalle indagini la formazione della superficie di scorrimento (frane di primo distacco), risulta notevolmente complessa la sua individuazione. Il risultato dipende fortemente dall'analista e dal tipo di metodo di modellazione ed analisi utilizzato.



2. CALCOLI DI STABILITÀ DEI PENDII : Metodi di calcolo MEL, FEM/FDM e avanzati semplificati (NEWMARK)

RICERCA DELLA SUPERFICIE CRITICA

Esistono varie tecniche per l'individuazione e variano in funzione del tipo di superficie circolare o generica. Le tecniche più utilizzate appartengono a due categorie:

Superfici circolari

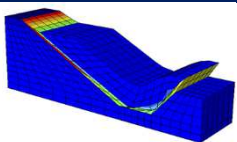
❑ Il metodo della griglia dei centri :

Il metodo consiste nel definire una griglia (maglia) rettangolare dei centri avente un passo in direzione **X** ed **Y**, numero di campi **nx,ny**, una rotazione rigida α e i raggi **RMIN** ed **RMAX**.

Affinché il problema risulta determinato occorre imporre delle condizioni al contorno nel caso in cui il raggio non viene fatto variare dal minimo al massimo. Le condizioni più utilizzate sono:

- Cerchi passanti per un punto;
- Cerchi tangenti ad una retta;
- Cerchi passanti per due o tre punti.

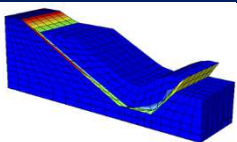
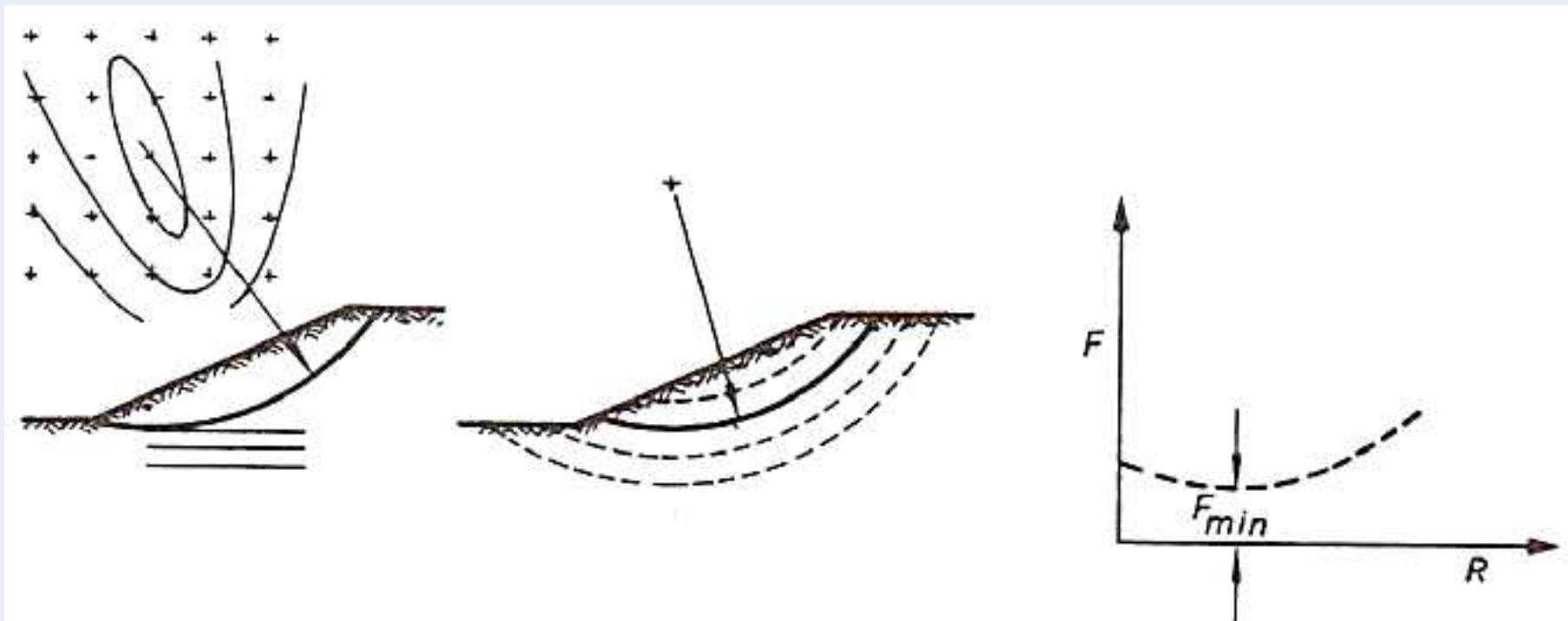
Facendo variare tutti i parametri per ogni centro è possibile ricavare il fattore di sicurezza minimo **Fs** e la relativa distribuzione sulla griglia con la mappatura di **Fs** e relative isolinee a valore costante. Se le curve si racchiudono attorno ad una zona depressa (un punto) allora esiste il minimo e la relativa superficie di scorrimento per quella distribuzione dei centri utilizzata. Al fine di trovare il reale valore minimo la griglia deve essere spostata e ruotata più volte analizzando un numero elevatissimo di superfici.



2. CALCOLI DI STABILITÀ DEI PENDII : Metodi di calcolo MEL, FEM/FDM e avanzati semplificati (NEWMARK)

RICERCA DELLA SUPERFICIE CRITICA

Quando la reale superficie di scorrimento è circolare , il metodo converge facilmente e si individua l'unico fattore di sicurezza del pendio con un minimo assoluto.(vedi figura). Il caso si verifica spesso, per pendii pseudo-omogenei , presenza di forte coesione e in condizioni non drenate



2. CALCOLI DI STABILITÀ DEI PENDII : Metodi di calcolo MEL, FEM/FDM e avanzati semplificati (NEWMARK)

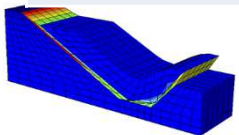
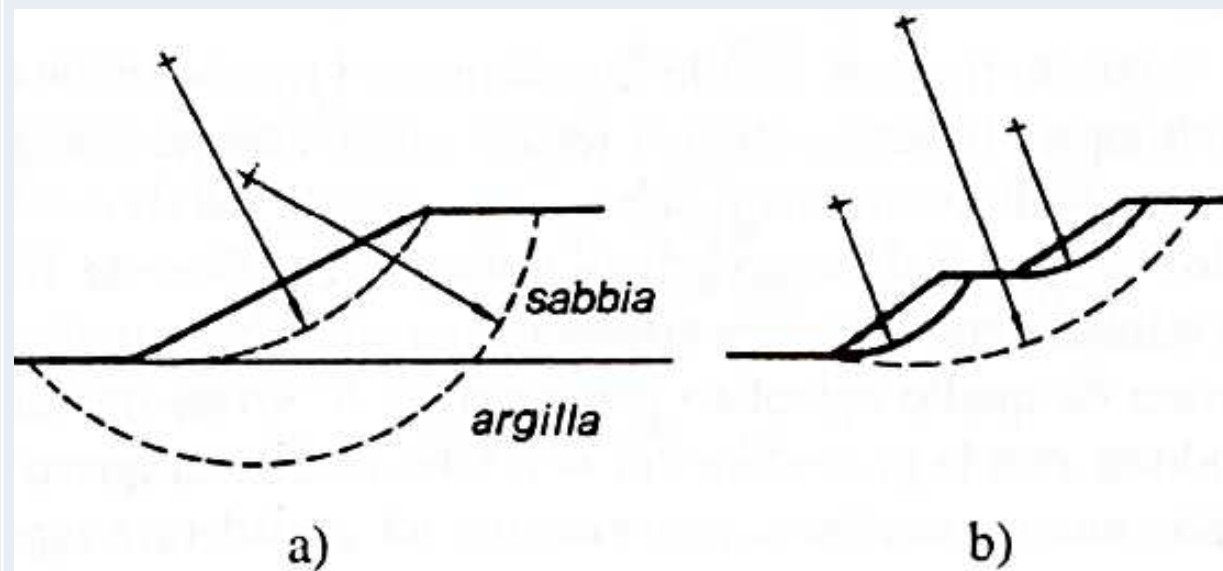
RICERCA DELLA SUPERFICIE CRITICA

Nel caso del pendio (a), rilevati con materiale granulare di elevata resistenza e fianchi piuttosto ripidi, fondato su un banco di argilla soffice, la zona critica può essere:

- Un cerchio di piede tangente alla superficie di separazione con spessore modesto;
- Un cerchio profondo interessando il materiale argilloso con basso coefficiente di sicurezza.

E chiaro che nel primo caso si ha il collasso della scarpata nel secondo il collasso di tutto il rilevato.

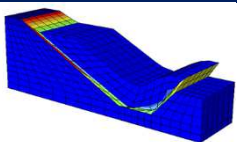
Nel caso del pendio (b) di un rilevato a più banche è possibile determinare in corrispondenza di ciascuna *berma* un minimo locale di F_s , non è da escludere la presenza di un cerchio di scorrimento più profondo con fattore di sicurezza più basso (*minimo assoluto*)



2. CALCOLI DI STABILITÀ DEI PENDII : Metodi di calcolo MEL, FEM/FDM e avanzati semplificati (NEWMARK)

RICERCA DELLA SUPERFICIE CRITICA

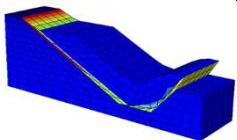
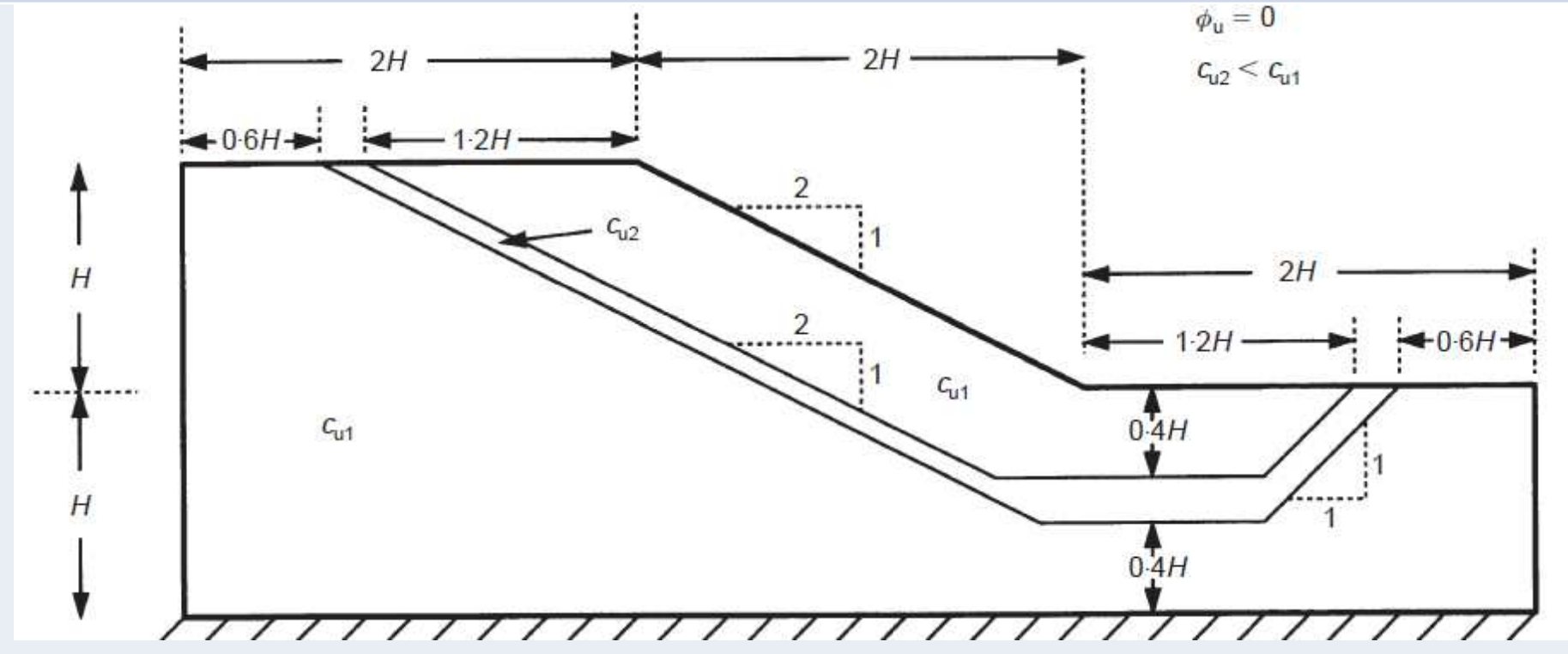
- ❑ Metodi probabilistici alla Montecarlo (GRECO,1996) con tecniche di minimizzazione del fattore di sicurezza variando l'inclinazione dei tratti della stessa , e quindi generando superfici random fino a trovare quella di minimo. Tale metodo deve fare ipotesi sui limiti di valle e di monte, del pendio da analizzare :
- Vincolo a monte e a valle su punti predefiniti;
- Vincoli o a monte o a valle con punto predefinito;
- Nessun vincolo;



2. CALCOLI DI STABILITÀ DEI PENDII : Metodi di calcolo MEL, FEM/FDM e avanzati semplificati (NEWMARK)

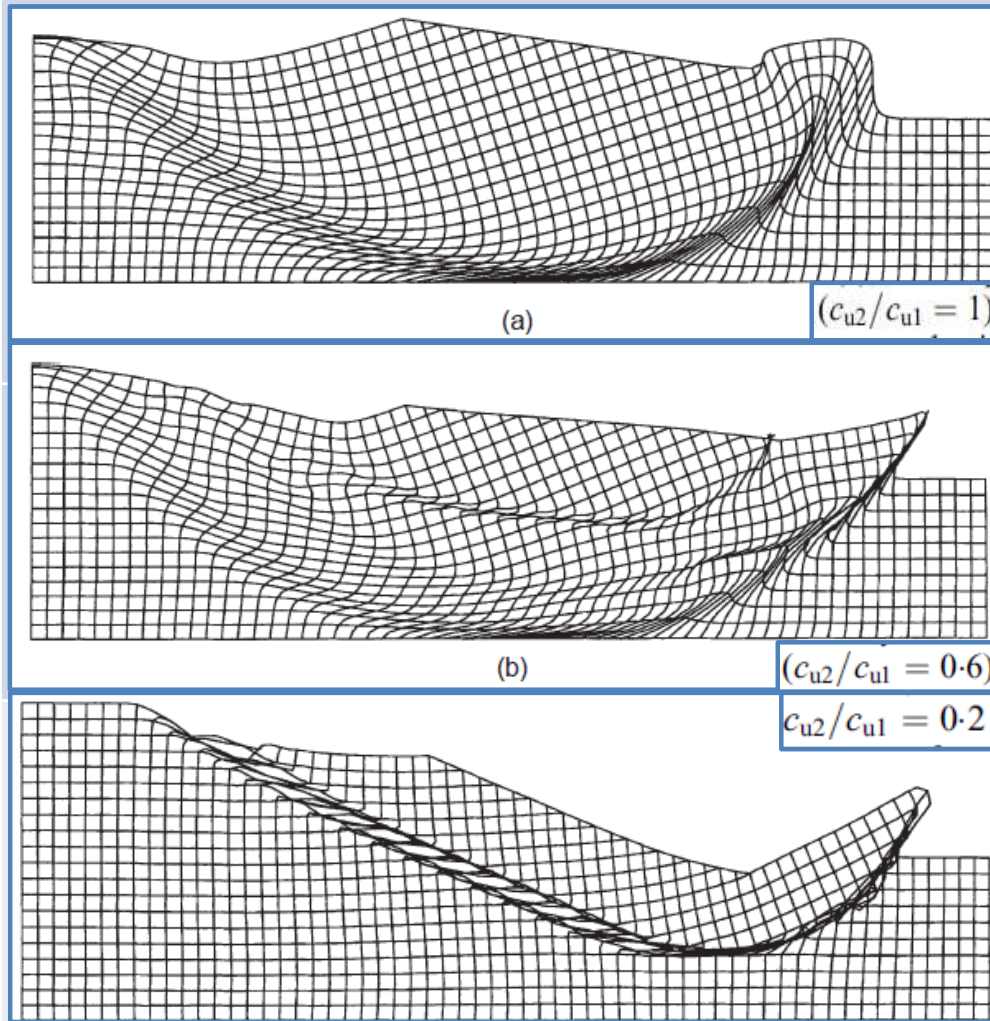
LIMITI DEI METODI MEL –RICERCA DELLA SUPERFICIE CRITICA

L'esempio sottoriportato mostra una scarpata in argilla omogenea di caratteristiche c_{u1} con la presenza di una sottile lente intermedia di caratteristiche c_{u2} . Scopo dell'analisi (da Griffiths/-Lane) è quello di vedere come si modifica la superficie di critica al variare del rapporto c_{u2}/c_{u1} . Il metodo utilizzato è il FEM con la tecnica SRF.

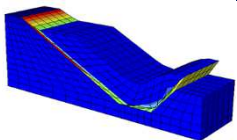
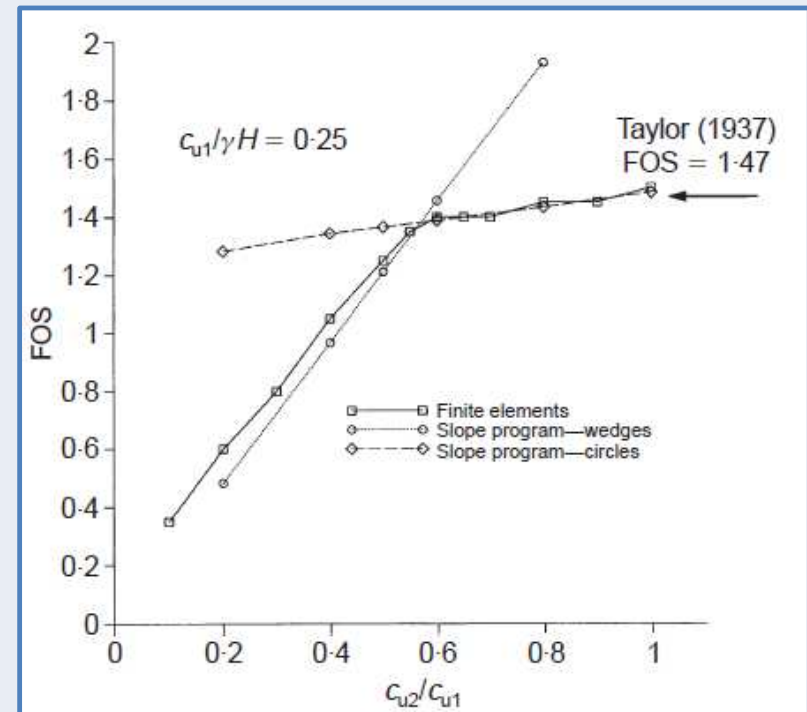


2. CALCOLI DI STABILITÀ DEI PENDII : Metodi di calcolo MEL, FEM/FDM e avanzati semplificati (NEWMARK)

LIMITI DEI METODI MEL –RICERCA DELLA SUPERFICIE CRITICA



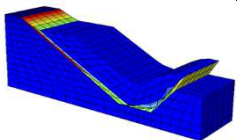
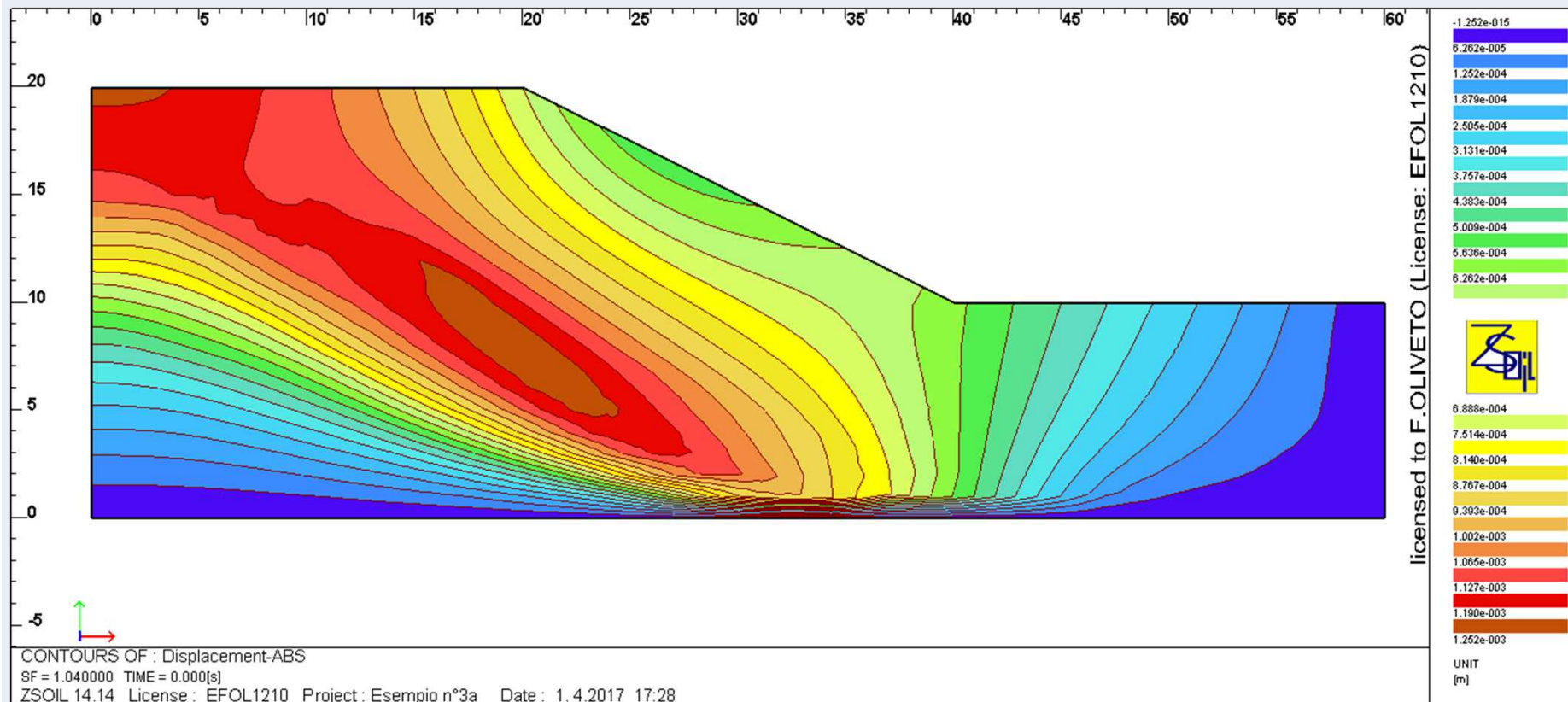
Il meccanismo di collasso del pendio dipende fortemente dal rapporto di resistenza dei materiali. Le superfici hanno forma da circolare a poligonale con la presenza di una multiple failure. La ricerca della Superficie di scorrimento con il MEL si complica notevolmente.



2. CALCOLI DI STABILITA DEI PENDII : Metodi di calcolo MEL, FEM/FDM e avanzati semplificati (NEWMARK)

LIMITI DEI METODI MEL -RICERCA DELLA SUPERFICE CRITICA

CASO A - $Cu_2/Cu_1=1 \rightarrow F_{SMIN}=1.44$



Dott. Ing. OLIVETO Francesco

CORSO: Meccanica delle Frane e Metodologie di Consolidamento

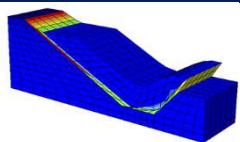
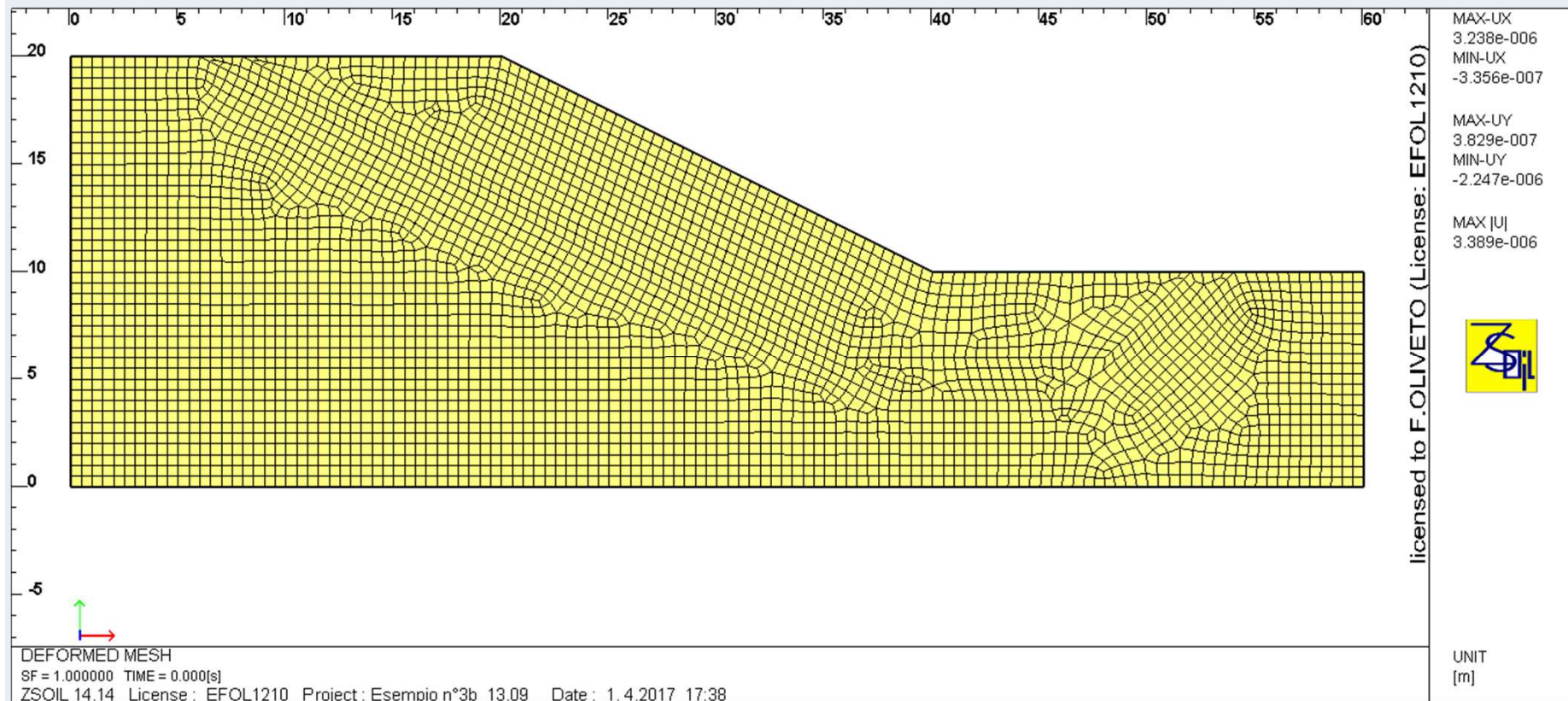
23 Settembre 2017

pag. 35

2. CALCOLI DI STABILITÀ DEI PENDII : Metodi di calcolo MEL, FEM/FDM e avanzati semplificati (NEWMARK)

LIMITI DEI METODI MEL –RICERCA DELLA SUPERFICIE CRITICA

CASO B – $C_{u2}/C_{u1}=0.6 \rightarrow F_{SMIN}=1.32$



Dott. Ing. OLIVETO Francesco

CORSO: Meccanica delle Frane e Metodologie di Consolidamento

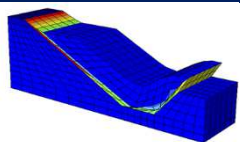
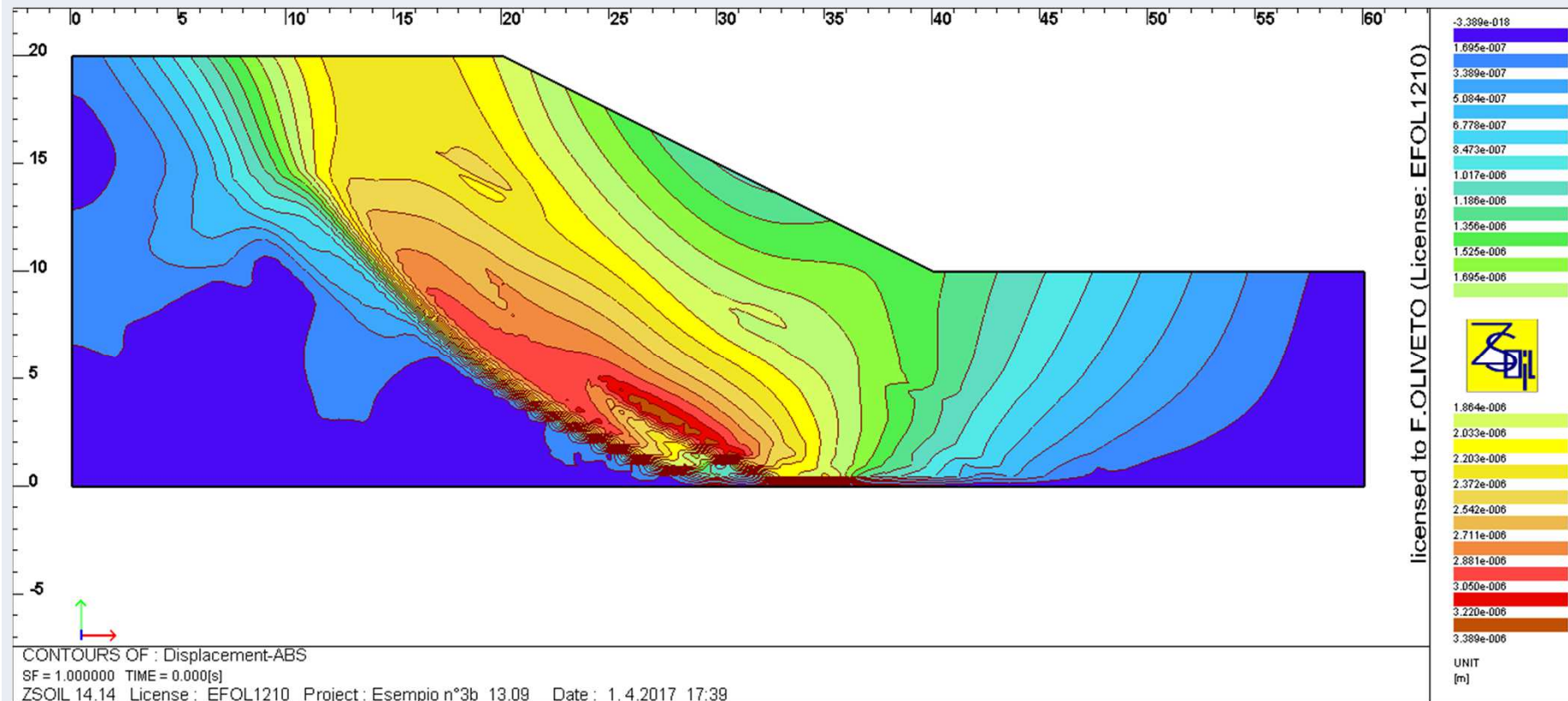
23 Settembre 2017

pag. 36

2. CALCOLI DI STABILITÀ DEI PENDII : Metodi di calcolo MEL, FEM/FDM e avanzati semplificati (NEWMARK)

LIMITI DEI METODI MEL –RICERCA DELLA SUPERFICIE CRITICA

CASO B – $Cu_2/Cu_1=0.6 \rightarrow F_{SMIN}=1.32$



Dott. Ing. OLIVETO Francesco

CORSO: Meccanica delle Frane e Metodologie di Consolidamento

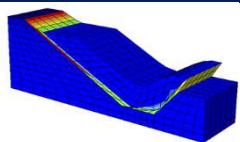
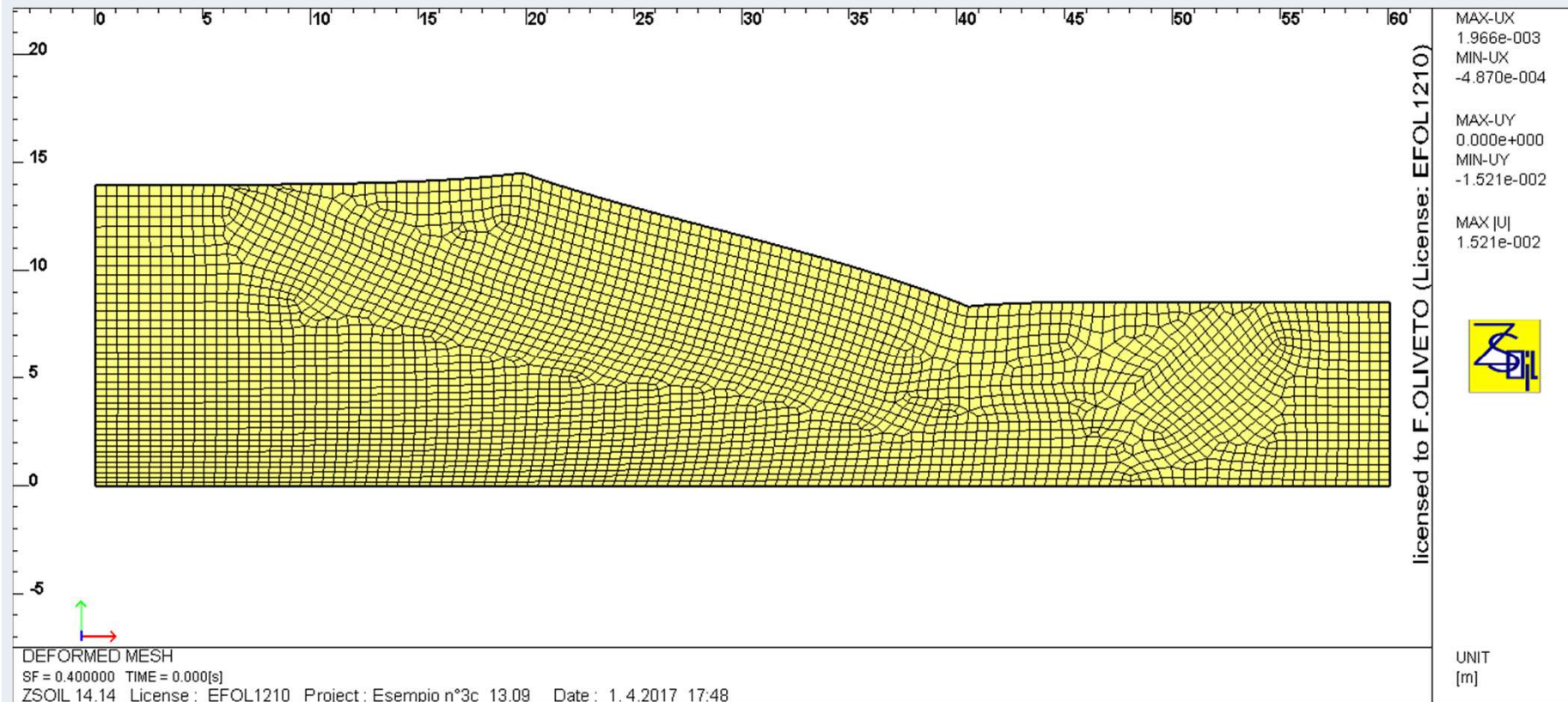
23 Settembre 2017

pag. 37

2. CALCOLI DI STABILITA DEI PENDII : Metodi di calcolo MEL, FEM/FDM e avanzati semplificati (NEWMARK)

LIMITI DEI METODI MEL –RICERCA DELLA SUPERFICE CRITICA

CASO C – $C_{u2}/C_{u1}=0.2 \rightarrow F_{SMIN}=0.64$



Dott. Ing. OLIVETO Francesco

CORSO: Meccanica delle Frane e Metodologie di Consolidamento

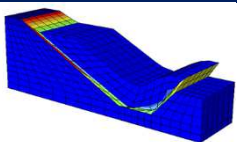
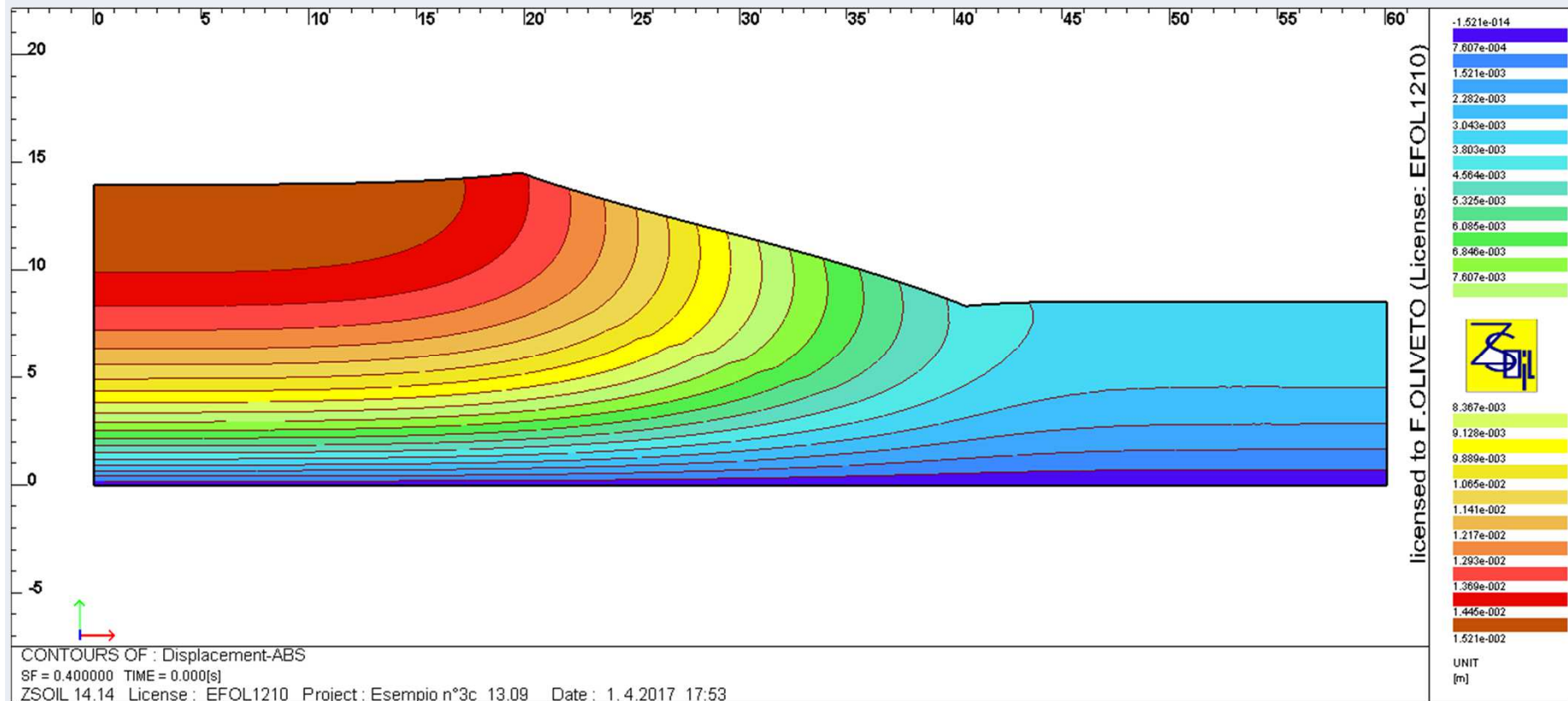
23 Settembre 2017

pag. 38

2. CALCOLI DI STABILITÀ DEI PENDII : Metodi di calcolo MEL, FEM/FDM e avanzati semplificati (NEWMARK)

LIMITI DEI METODI MEL –RICERCA DELLA SUPERFICIE CRITICA

CASO C – $C_{u2}/C_{u1}=0.2 \rightarrow F_{\text{SMIN}}=0.64$



Dott. Ing. OLIVETO Francesco

CORSO: Meccanica delle Frane e Metodologie di Consolidamento

23 Settembre 2017

pag. 39

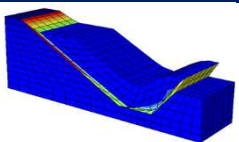
2. CALCOLI DI STABILITÀ DEI PENDII : Metodi di calcolo MEL, FEM/FDM e avanzati semplificati (NEWMARK)

LIMITI DEI METODI MEL – IPOTESI RIGIDO PLASTICA

Come detto nelle ipotesi di base, i metodi dell'equilibrio limite non tengono conto della legge tensioni deformazione del terreno ma un comportamento rigido plastico, facendo riferimento ad un valore costante del grado di mobilitazione della resistenza a taglio (esempio $F_s=1.25$ vuol dire che il grado di mobilitazione della resistenza dell'attrito e coesione è pari all'80%. In realtà si tratta di un grado di mobilitazione medio, lungo la superficie di scorrimento la mobilitazione della resistenza è variabile.

L'ipotesi del grado di mobilitazione costante porta ad alcune incongruenze. Supponiamo di avere due superfici di scorrimento A e B aventi un tratto in comune e che presentino differenti fattori di sicurezza. Il grado di mobilitazione della resistenza lungo il tratto in comune valutato per le singole superfici sarà diverso nonostante in sito lo stato tensionale è lo stesso quindi lo deve essere anche il grado di mobilitazione.

L'ipotesi che la mobilitazione della resistenza a taglio sia costante lungo la superficie di scorrimento può portare ad errori di valutazione anche elevati, nel senso che se i terreni interessati hanno comportamento fragile (strain-softening) si può avere una sovrastima del coefficiente di sicurezza e stabilità molto importanti.

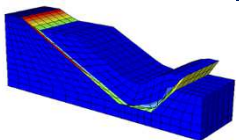
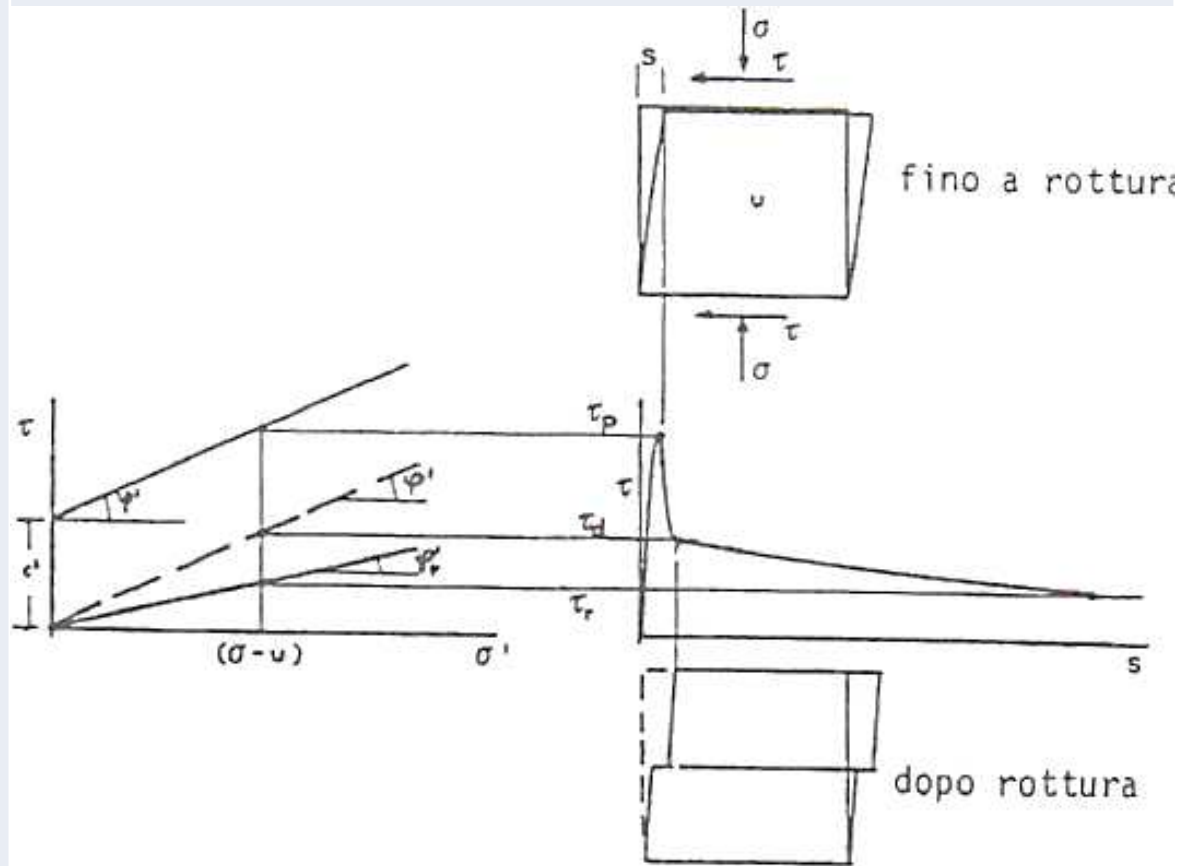


2. CALCOLI DI STABILITÀ DEI PENDII : Metodi di calcolo MEL, FEM/FDM e avanzati semplificati (NEWMARK)

LIMITI DEI METODI MEL – IPOTESI RIGIDO PLASTICA

La presenza di legami costitutivi di tipo fragile o strain-softening è intimamente collegata al fenomeno della rottura progressiva.

La resistenza massima o di picco e contraddistinta da un valore non nullo della coesione di picco c'_p e dell'attrito φ'_p che vengono mobilitati per piccoli scorrimenti. Superato il picco la coesione si annulla per la rottura dei legami microstrutturali, la resistenza a taglio diminuisce ed è legata al solo attrito che rimane prossimo a quello di picco. Per deformazioni ancora maggiori l'angolo di attrito tende a diminuire raggiungendo un valore minimo pari al valore residuo φ'_r .

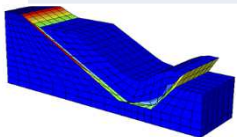
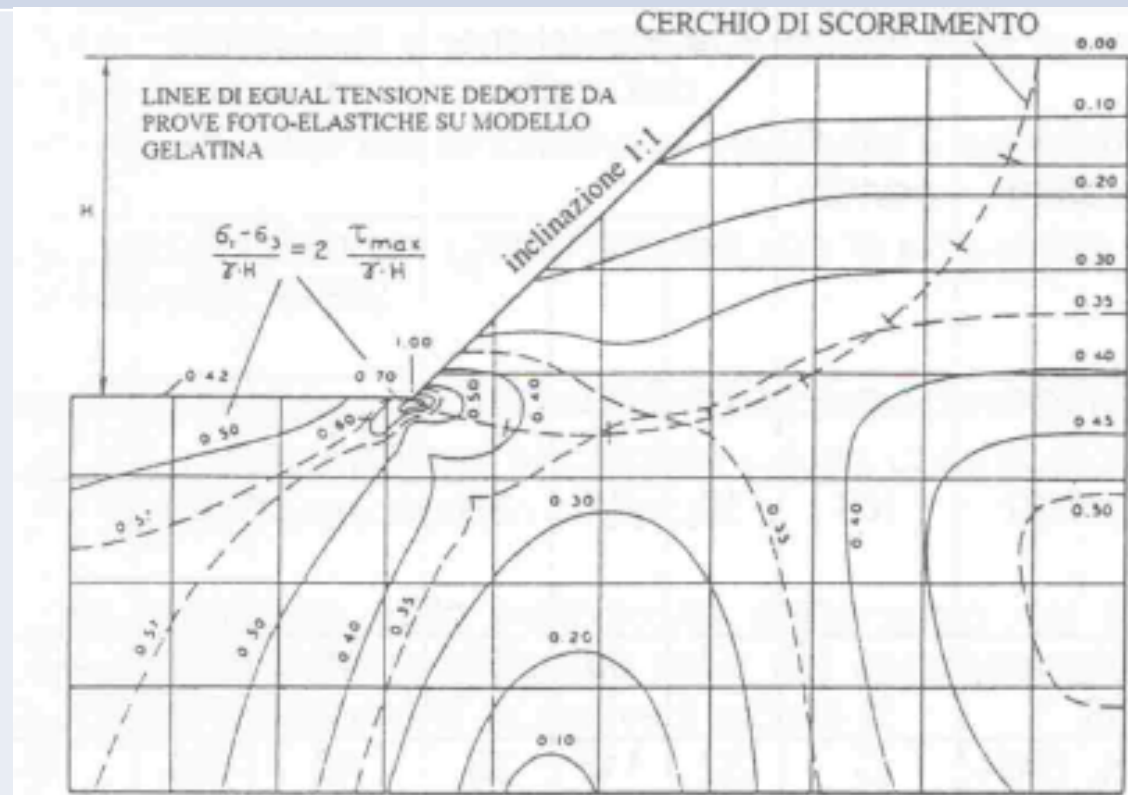


2. CALCOLI DI STABILITÀ DEI PENDII : Metodi di calcolo MEL, FEM/FDM e avanzati semplificati (NEWMARK)

LIMITI DEI METODI MEL – IPOTESI RIGIDO PLASTICA

In un pendio possono essere presenti zone dove lo sforzo tangenziale mobilitato attinge la resistenza di picco. Ad esempio al piede di una scarpata si verifica un'elevata concentrazione degli sforzi tangenziali che tendono a diminuire man mano che ci si allontana procedendo verso l'interno del pendio.

In queste zone fortemente sollecitate la resistenza a taglio tende a crollare per la perdita di coesione. E' evidente che in conseguenza di ciò si verifica una ridistribuzione degli sforzi tangenziali che migrano verso l'interno del pendio. Questo fenomeno si può sviluppare lentamente nel tempo come dimostrato da Skempton e Bjerrum e gli viene attribuito il nome di rottura progressiva per le frane di primo distacco.



2. CALCOLI DI STABILITÀ DEI PENDII : Metodi di calcolo MEL, FEM/FDM e avanzati semplificati (NEWMARK)

LIMITI DEI METODI MEL – IPOTESI RIGIDO PLASTICA

Un approccio molto semplice e quello di valutare la resistenza operativa τ_{op} come media fra quella di picco e residua attraverso , facendo riferimento al fattore residuo R definito da Skempton 1964

$$\tau_{op} = \tau_p - R \cdot (\tau_p - \tau_r)$$

Dove il significato fisico di $R = L_r/L_t$:ossia il rapporto fra la lunghezza della superficie al residuo e quella totale.

Con questo approccio il fattore residuo dipende secondo alcuni autori **Lo** e **Lee** dalla geometria della scarpata e dal coefficiente di spinta a riposo **K₀**.

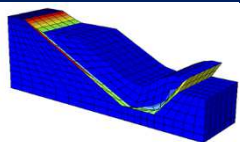
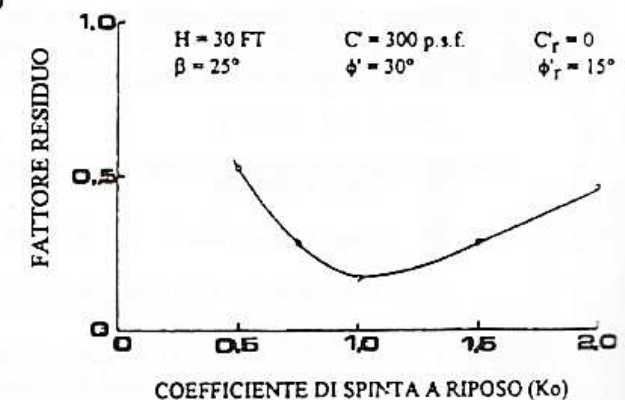
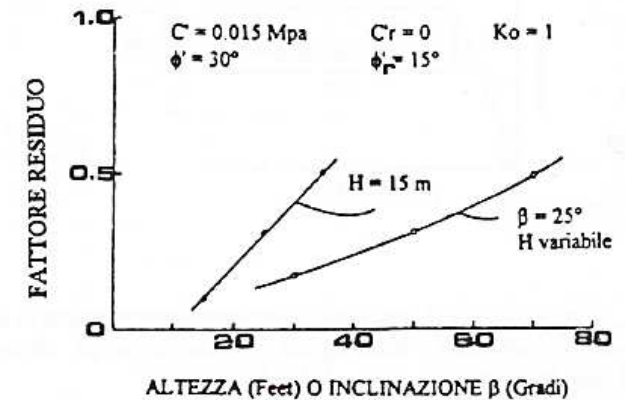
Purtroppo i valori di **R** calcolati da analisi su frane risulta compreso in un campo molto ampio e quindi difficile da calibrare. Vedremo in seguito come è possibile tenere in conto della *rottura progressiva sia tramite correzioni al metodo MEL che analisi FEM/FDM con legami strain softening.*

$R = \text{fattore residuo} = L_r/L$

$H = \text{altezza del pendio}$

$\beta = \text{inclinazione del pendio}$

$K_0 = \text{coefficiente di spinta a riposo}$



2. CALCOLI DI STABILITÀ DEI PENDII : Metodi di calcolo MEL, FEM/FDM e avanzati semplificati (NEWMARK)

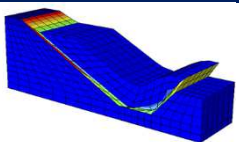
METODI MEL – ROTTURA PROGRESSIVA

I metodi MEL a conci per la stabilità dei pendii generalmente non prendono in considerazione il fenomeno della rottura progressiva. Nei terreni in cui è prevedibile un decadimento delle caratteristiche di resistenza con l'aumentare degli spostamenti sulla superficie di taglio (strain-softening), la rottura progressiva rappresenta uno dei principali fenomeni responsabili del collasso generalizzato del versante.

È stato riconosciuto che l'inizio della rottura può avvenire in diverse parti del pendio: al piede, nella zona centrale o in sommità. Il tempo in cui si sviluppa la rottura progressiva fino ad estendersi all'intero versante può essere molto variabile.

L'azione della rottura progressiva produce l'effetto di un decadimento del fattore di sicurezza calcolato con i metodi MEL i quali considerano che la rottura avviene simultaneamente lungo l'intera superficie di scivolamento secondo i parametri di resistenza a taglio invariabili (generalmente di picco)

Il risultato del decadimento di FS che può essere apprezzato solo facendo variare i parametri di resistenza a taglio a seguito della rottura localizzata dai valori di picco a quelli residui alla base dei conci, quando il fattore di sicurezza locale $FS(\text{locale}) < 1$, può portare ad un fattore di sicurezza globale $FS(\text{globale})$ significativamente più basso di quello calcolato con parametri invariati (di picco).



2. **CALCOLI DI STABILITÀ DEI PENDII** : Metodi di calcolo MEL, FEM/FDM e avanzati semplificati (NEWMARK)

METODI MEL – ROTTURA PROGRESSIVA

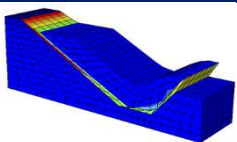
Nel caso di un pendio naturale o artificiale non interessato ancora da fenomeni di rottura, ma con comportamento dei materiali di tipo rammollente (strain-softening), la rottura progressiva può essere incorporata nei metodi MEL secondo la procedura iterativa proposta da Chowdhury (1992) sotto riportata.

SVILUPPO DELL'ANALISI MEL CON PARAMETRI DI PICCO

1. *Calcolo della sollecitazione di taglio alla base di ciascun concio in cui è divisa la massa;*
2. *Calcolo della resistenza a taglio alla base di ciascun concio;*
3. *Calcolo del valore di FS(locale) alla base di ciascun concio;*

SVILUPPO DELL'ANALISI MEL CON PARAMETRI DI TAGLIO ULTIMO O RESIDUI

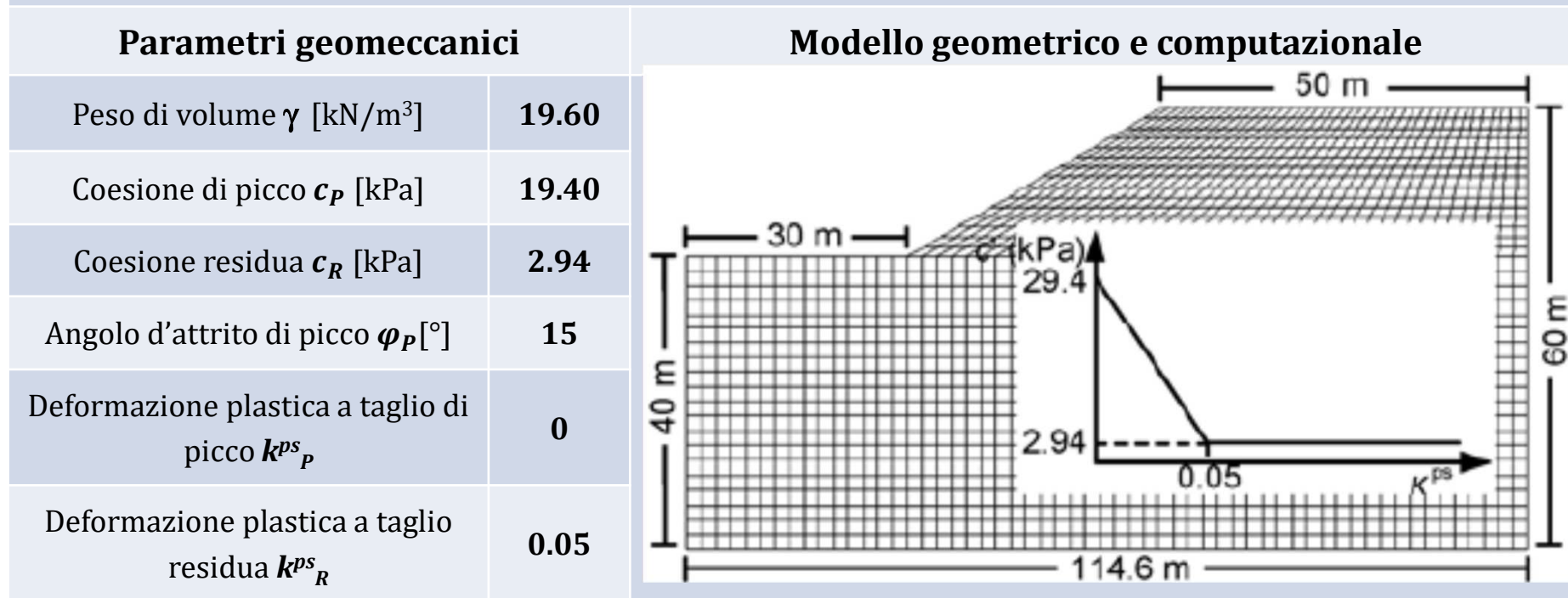
1. *Individuazione dei conci possibili di comportamento « strain-softening »;*
2. *Calcolo del valore di **FS-locale** alla base di ciascun concio con i nuovi valori di resistenza al taglio;*
3. *Ridistribuzione della sollecitazione di taglio in eccesso derivante dai conci a rottura (**FS-locale**<1), ai conci non a rottura (**FS-locale**>1), secondo una procedura arbitraria e verosimile;*
4. *Calcolo del valore di FS alla base di ciascun concio non a rottura che deve assorbire l'eccesso di sollecitazione di taglio;*
5. *Ripetizione delle fasi 1-4;*
6. *Ripetizione dell'intera procedura fino alla fase in cui nessun concio va a rottura ed il valore di FS rimane lo stesso.*



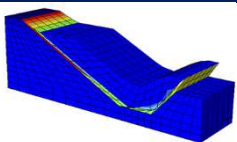
2. CALCOLI DI STABILITÀ DEI PENDII : Metodi di calcolo MEL, FEM/FDM e avanzati semplificati (NEWMARK)

ESEMPIO – STABILITÀ DI UN PENDIO IN PRESENZA DI ROTTURA PROGRESSIVA

Il caso di studio riguarda l'instabilità di un pendio naturale di primo distacco in argille O.C, con un comportamento strain-softening fortemente rammollente nella componente coesiva. Il modello di calcolo geometrico e computazionale viene riportato nella figura sottostante:



Legame costitutivo tipo strain-softening



2. CALCOLI DI STABILITÀ DEI PENDII : Metodi di calcolo MEL, FEM/FDM e avanzati semplificati (NEWMARK)

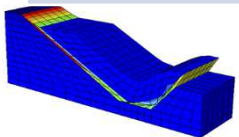
ESEMPIO – STABILITÀ DI UN PENDIO IN PRESENZA DI ROTTURA PROGRESSIVA

Per quando riguarda le ulteriori informazioni sul modello numerico rimangono da definire le condizioni al contorno sui boundary fixed o vincoli, che sono:

- Alla base del dominio cerniere $u_x, u_z=0$;
- Sulle frontiere verticali carrelli $u_x=0, u_z \neq 0$;
- Sulla superficie esterna liberi $u_x, u_z \neq 0$;

TIPOLOGIE DI ANALISI EFFETTUATE

- ☐ *Initial stress : tramite la soluzione elastica dello stato tensionale geostatico funzione della storia tensionale del deposito e controllo a posteriori di fenomeni di plasticizzazione locale e/o globale;*
- ☐ *Nel caso di stato elastico, annullamento dello stato deformativo, in quando tali deformazioni e spostamenti sono stati già assorbiti dal terreno;*
- ☐ *Calcolo del fattore di sicurezza utilizzando i valori di picco dei parametri di resistenza a taglio F_{PEAK} , cinematica del corpo frana;*
- ☐ *Calcolo del fattore di sicurezza utilizzando i valori residui dei parametri di resistenza a taglio $F_{RESIDUAL}$, cinematica del corpo frana;*
- ☐ *Calcolo del fattore di sicurezza del pendio tenendo conto della legge strain-softening utilizzata con formazione della superficie di rottura;*



2. CALCOLI DI STABILITA DEI PENDII : Metodi di calcolo MEL, FEM/FDM e avanzati semplificati (NEWMARK)

INITIAL STRESS

LEGEND

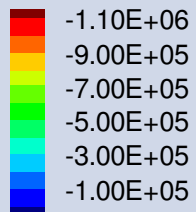
17-Oct-15 19:13

step 5285

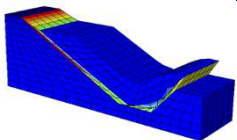
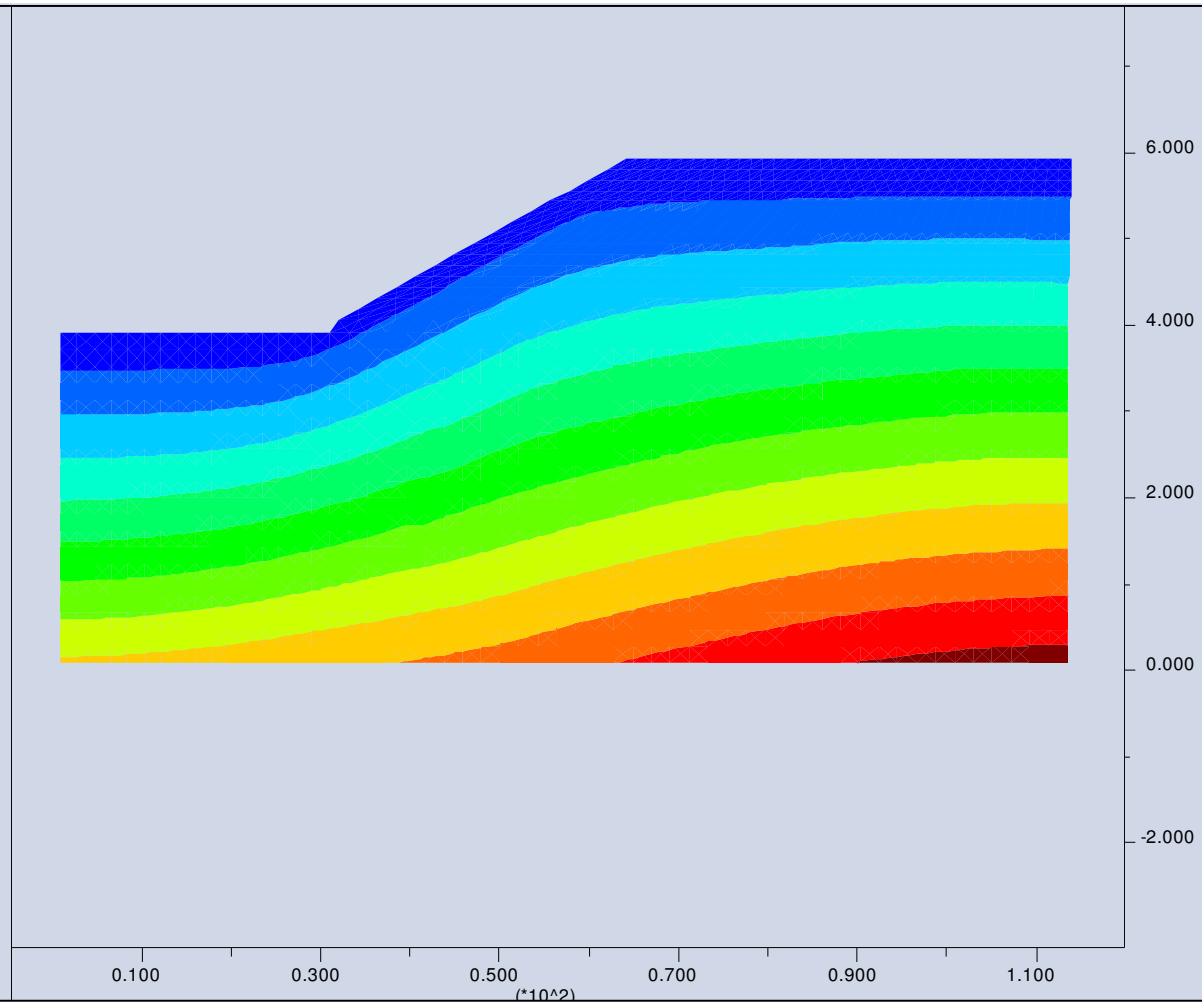
-4.550E+00 <x< 1.198E+02

-3.217E+01 <y< 9.216E+01

YY-stress contours



Contour interval= 1.00E+05



Dott. Ing. OLIVETO Francesco

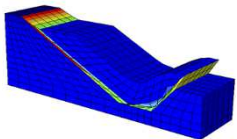
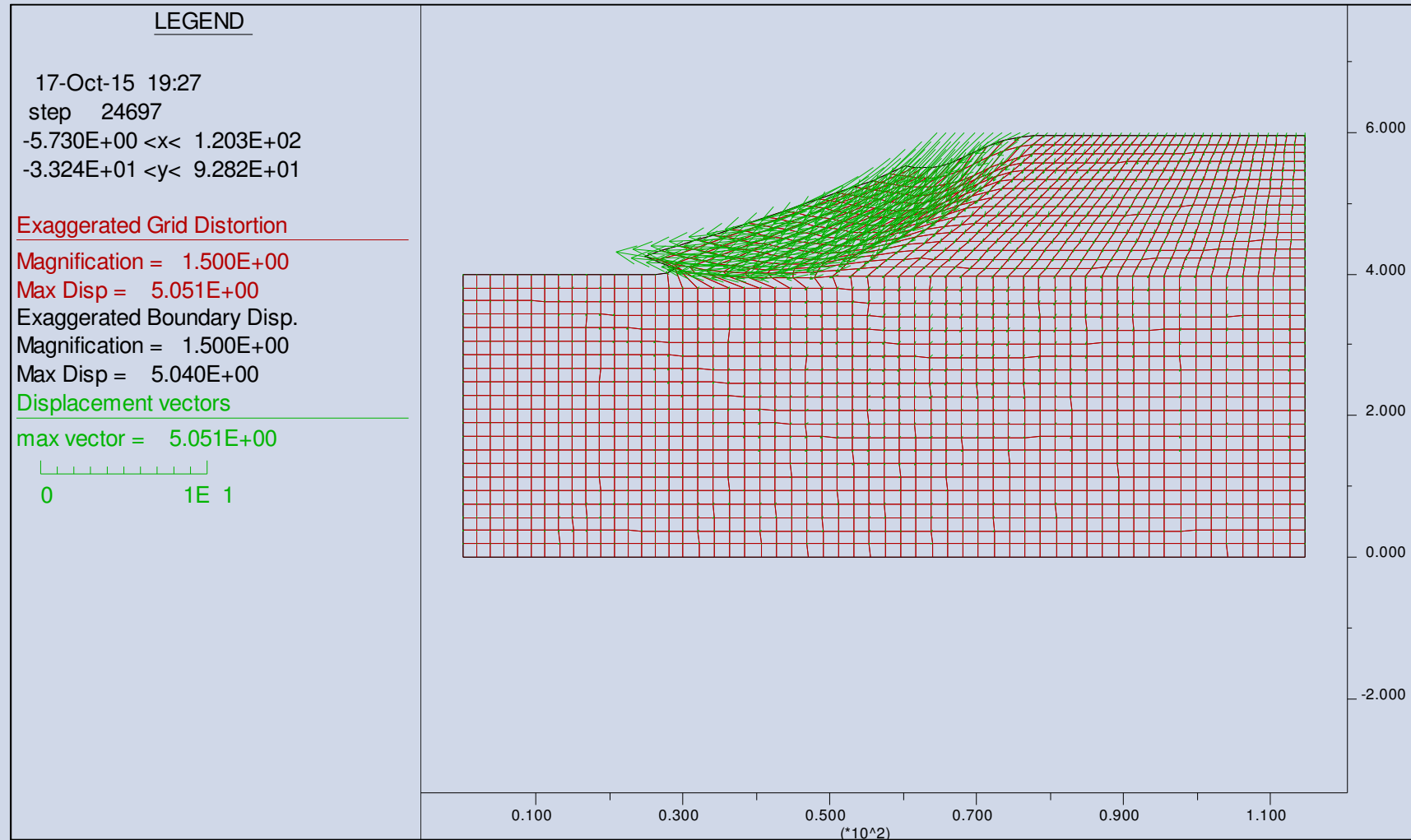
CORSO: Meccanica delle Frane e Metodologie di Consolidamento

23 Settembre 2017

pag. 48

2. CALCOLI DI STABILITÀ DEI PENDII : Metodi di calcolo MEL, FEM/FDM e avanzati semplificati (NEWMARK)

PARAMETRI DI PICCO – campo di spostamenti al collasso e vettori velocità



Dott. Ing. OLIVETO Francesco

CORSO: Meccanica delle Frane e Metodologie di Consolidamento

23 Settembre 2017

pag. 49

2. CALCOLI DI STABILITÀ DEI PENDII : Metodi di calcolo MEL, FEM/FDM e avanzati semplificati (NEWMARK)

PARAMETRI DI PICCO - $FS_{PEAK} = 1.24$ - Deformazioni plastiche a taglio

LEGEND

17-Oct-15 19:18

step 24697

-4.714E+00 <x< 1.196E+02

-3.200E+01 <y< 9.232E+01

Factor of Safety 1.24

FOS contours

*** All values = 0.00E+00

Max. shear strain increment

0.00E+00

2.00E-01

4.00E-01

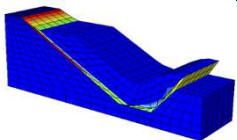
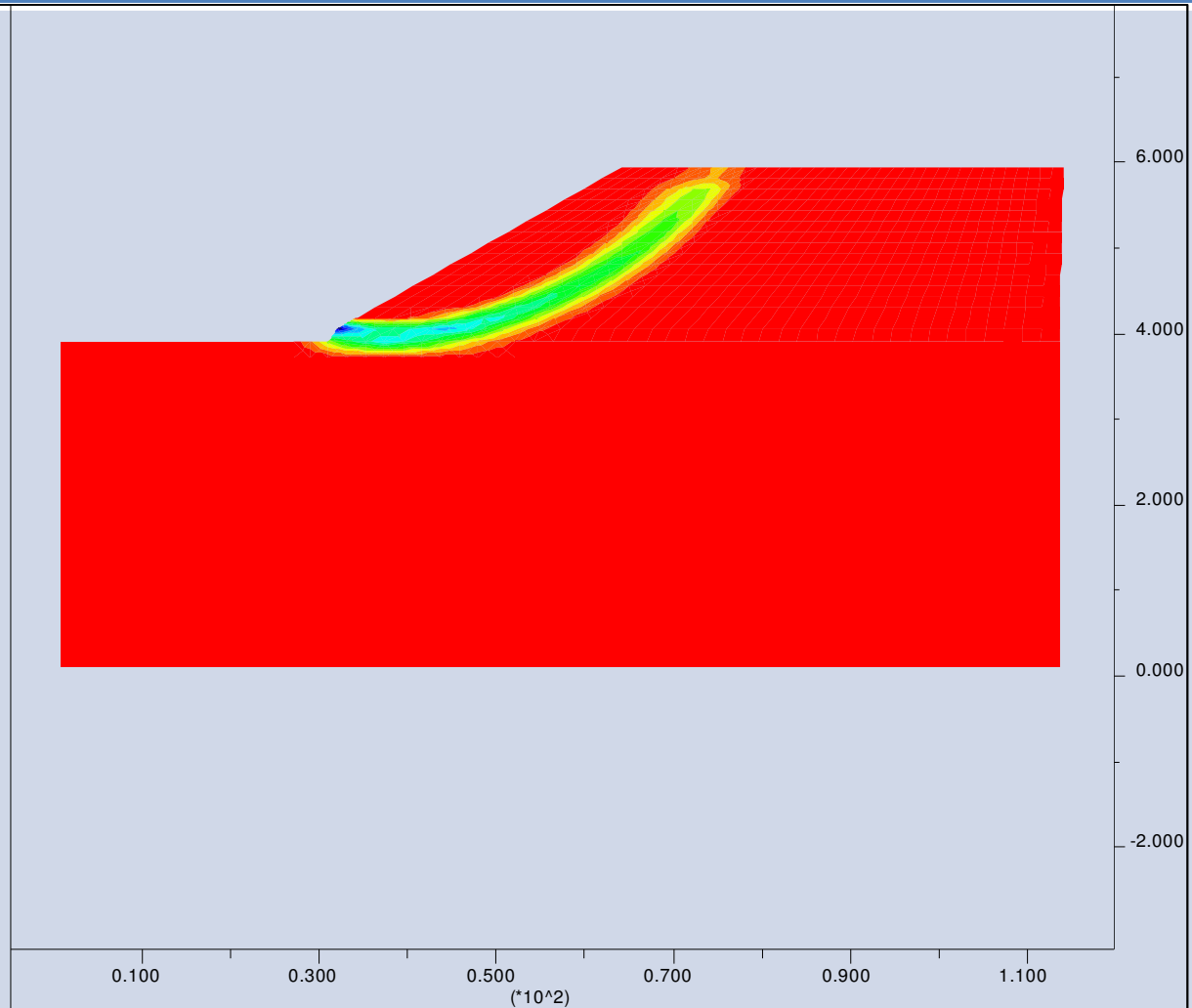
6.00E-01

8.00E-01

1.00E+00

1.20E+00

Contour interval= 1.00E-01



Dott. Ing. OLIVETO Francesco

CORSO: Meccanica delle Frane e Metodologie di Consolidamento

23 Settembre 2017

pag. 50

2. CALCOLI DI STABILITÀ DEI PENDII : Metodi di calcolo MEL, FEM/FDM e avanzati semplificati (NEWMARK)

PARAMETRI DI PICCO – $FS_{PEAK} = 1.24$ – Stato plastico

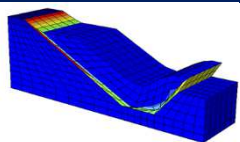
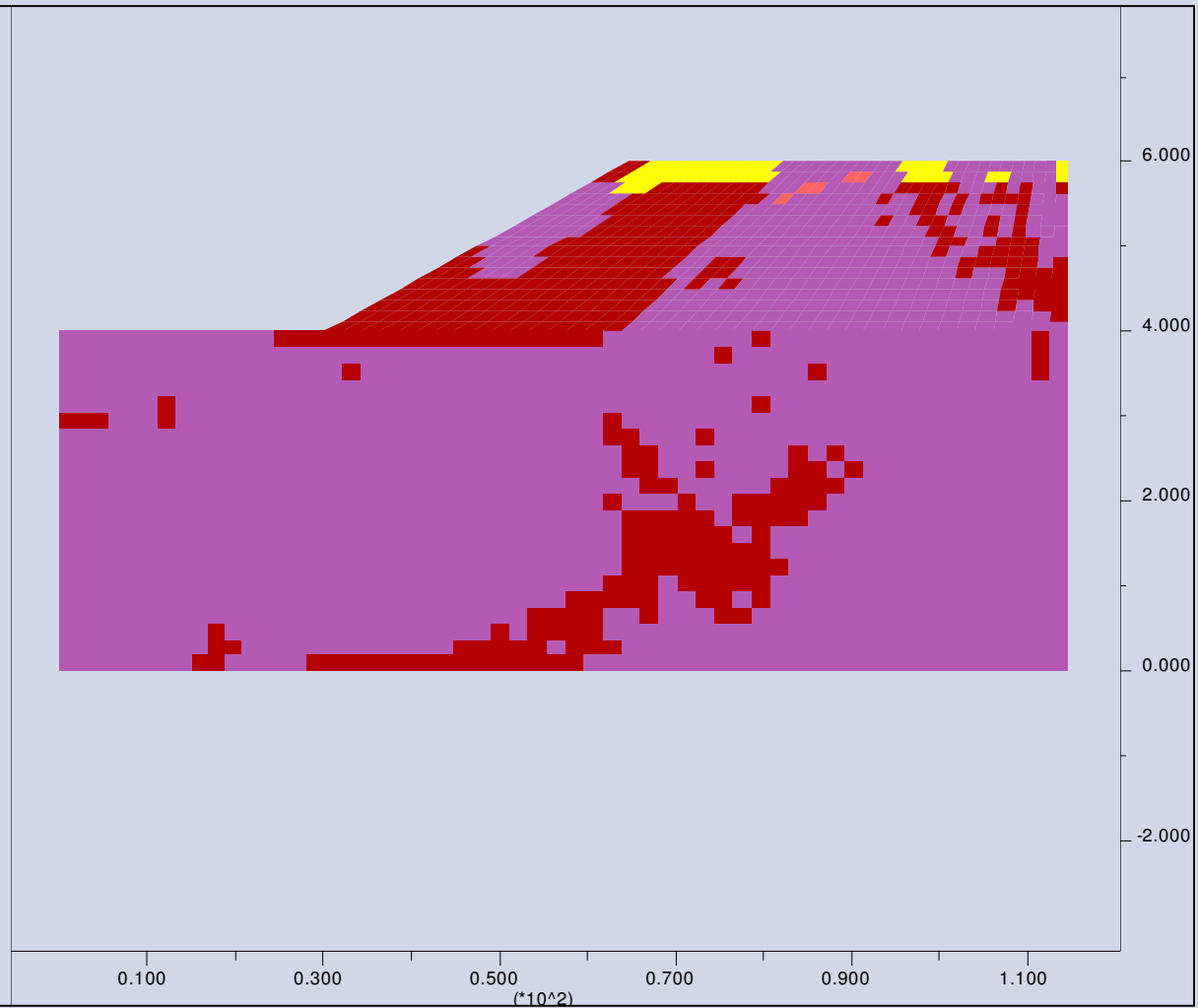
LEGEND

17-Oct-15 19:19
step 24697
-5.488E+00 <x< 1.204E+02
-3.295E+01 <y< 9.295E+01

e_plastic

state

- Elastic
- At Yield in Shear or Vol.
- Elastic, Yield in Past
- At Yield in Tension



Dott. Ing. OLIVETO Francesco

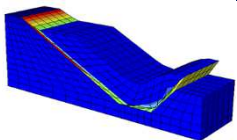
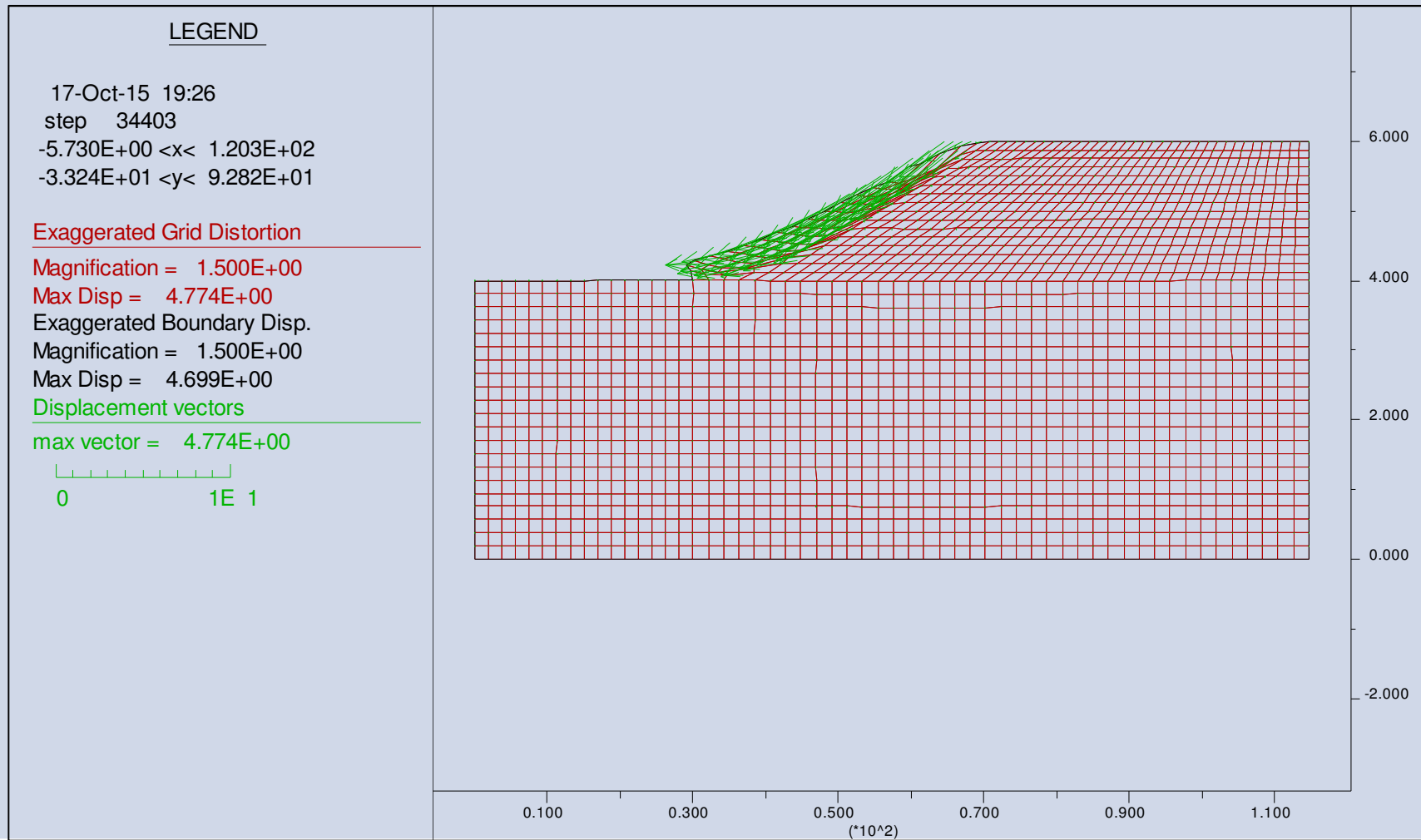
CORSO: Meccanica delle Frane e Metodologie di Consolidamento

23 Settembre 2017

pag. 51

2. CALCOLI DI STABILITÀ DEI PENDII : Metodi di calcolo MEL, FEM/FDM e avanzati semplificati (NEWMARK)

PARAMETRI RESIDUI- campo di spostamenti al collasso e vettori velocità



2. CALCOLI DI STABILITA DEI PENDII : Metodi di calcolo MEL, FEM/FDM e avanzati semplificati (NEWMARK)

PARAMETRI DI PICCO - $FS_{RESIDUAL} = 0.58$ - Deformazioni plastiche a taglio

LEGEND

17-Oct-15 19:29

step 34403

-4.714E+00 <x< 1.196E+02

-3.200E+01 <y< 9.232E+01

Factor of Safety 0.58

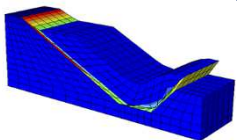
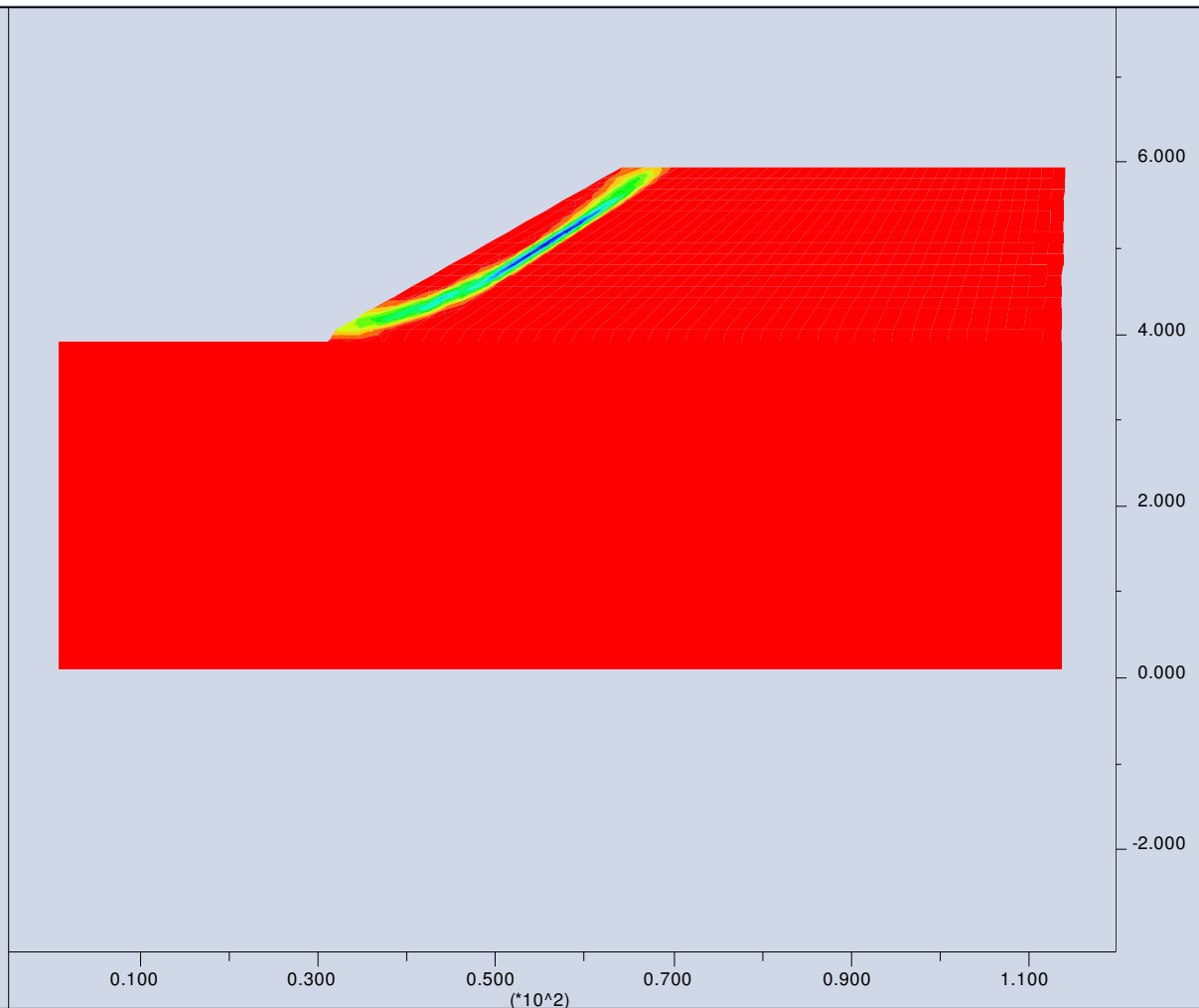
FOS contours

*** All values = 0.00E+00

Max. shear strain increment

0.00E+00
4.00E-01
8.00E-01
1.20E+00
1.60E+00
2.00E+00

Contour interval= 2.00E-01



Dott. Ing. OLIVETO Francesco

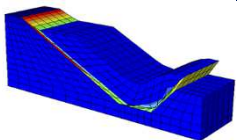
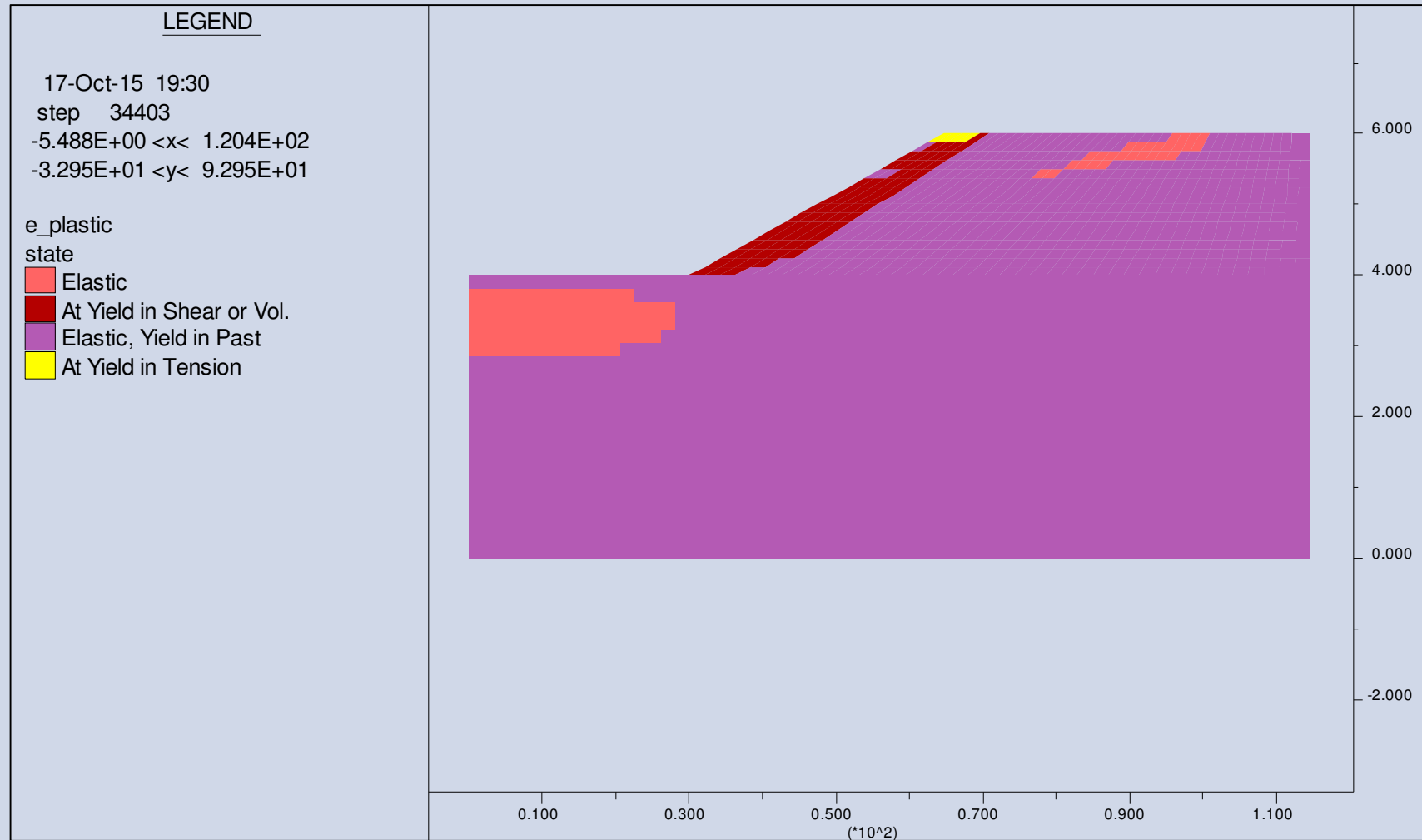
CORSO: Meccanica delle Frane e Metodologie di Consolidamento

23 Settembre 2017

pag. 53

2. CALCOLI DI STABILITA DEI PENDII : Metodi di calcolo MEL, FEM/FDM e avanzati semplificati (NEWMARK)

PARAMETRI DI PICCO – FS_{RESIDUAL} = 0.58 – Stato plastico



Dott. Ing. OLIVETO Francesco

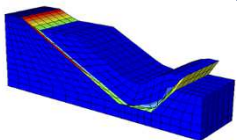
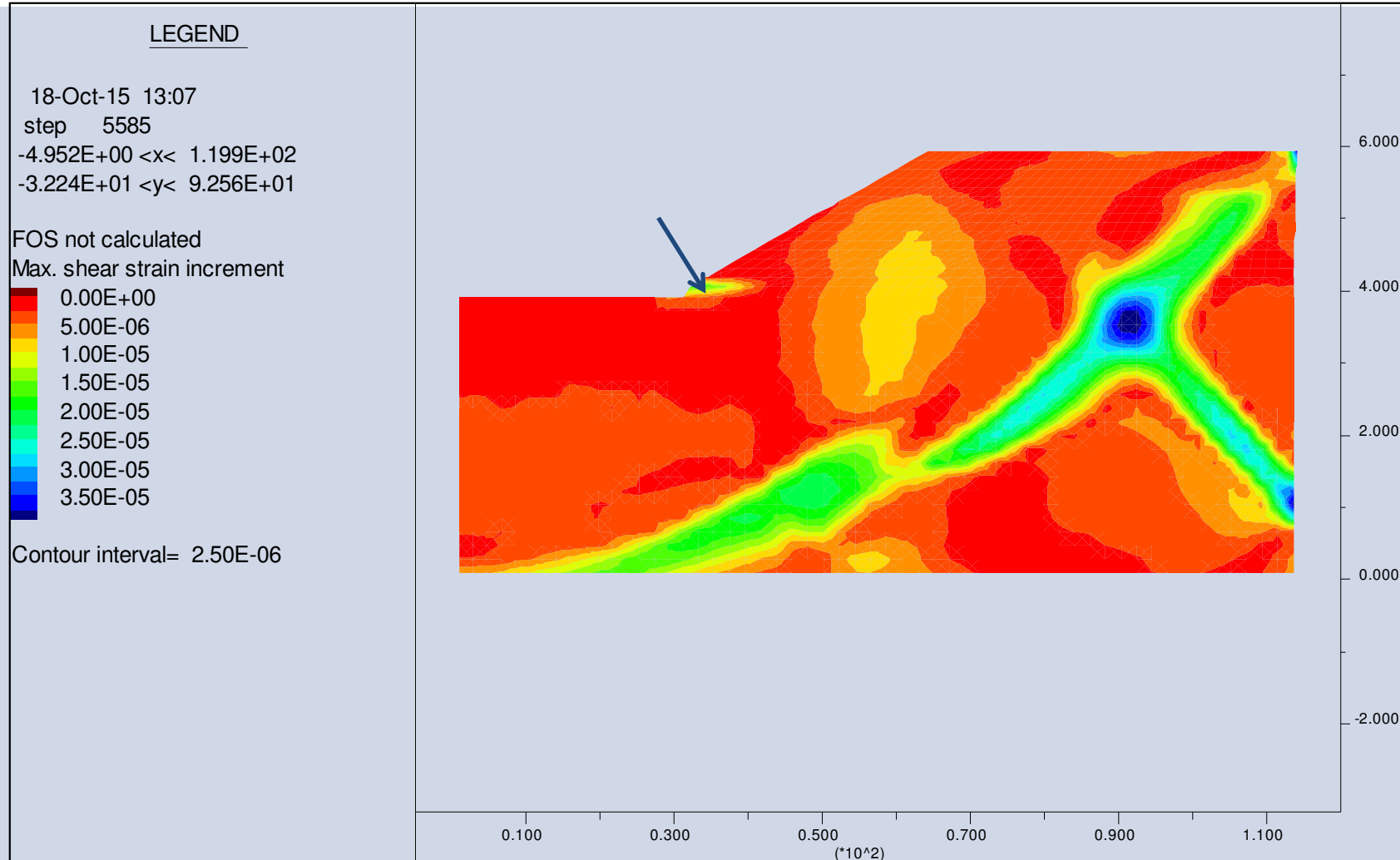
CORSO: Meccanica delle Frane e Metodologie di Consolidamento

23 Settembre 2017

pag. 54

2. CALCOLI DI STABILITA DEI PENDII : Metodi di calcolo MEL, FEM/FDM e avanzati semplificati (NEWMARK)

STRAIN SOFTENING- FSR_PROGRESSIVE=1.00 – Deformazioni plastiche a taglio-Step_150



Dott. Ing. OLIVETO Francesco

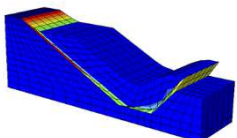
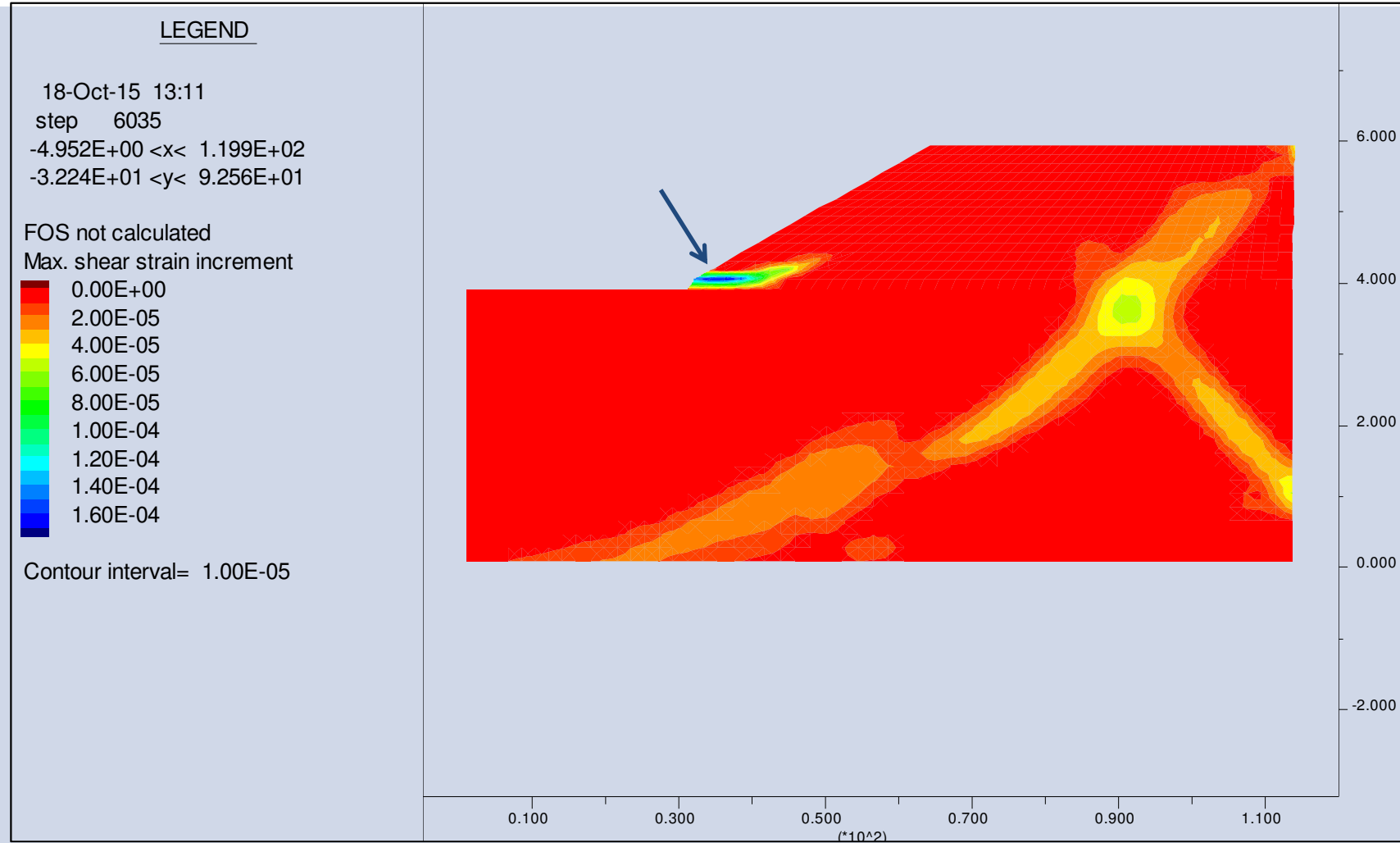
CORSO: Meccanica delle Frane e Metodologie di Consolidamento

23 Settembre 2017

pag. 55

2. CALCOLI DI STABILITA DEI PENDII : Metodi di calcolo MEL, FEM/FDM e avanzati semplificati (NEWMARK)

STRAIN SOFTENING- FSR_PROGRESSIVE=1.00 – Deformazioni plastiche a taglio-Step_250



Dott. Ing. OLIVETO Francesco

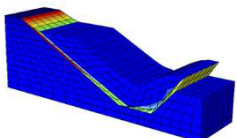
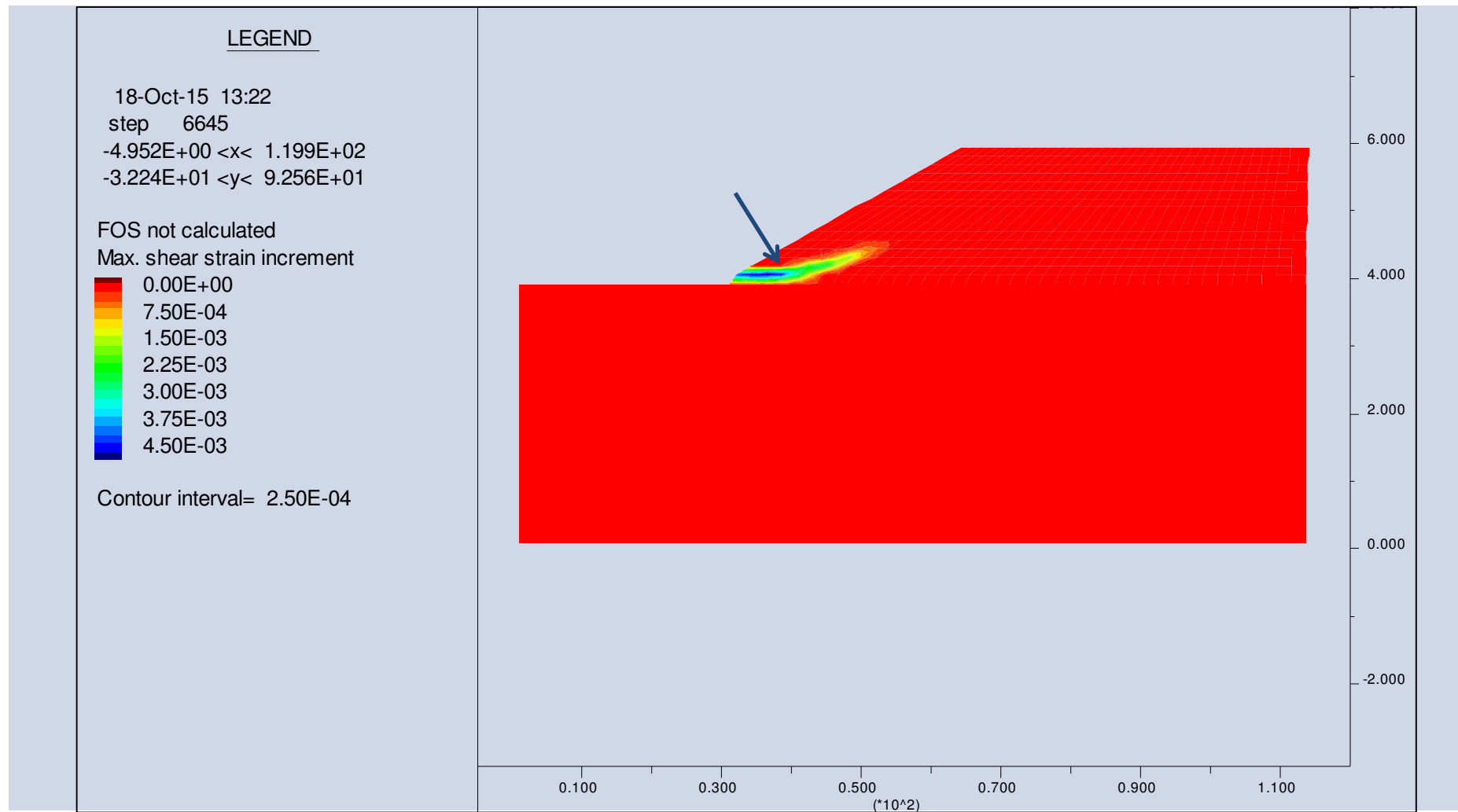
CORSO: Meccanica delle Frane e Metodologie di Consolidamento

23 Settembre 2017

pag. 56

2. CALCOLI DI STABILITA DEI PENDII : Metodi di calcolo MEL, FEM/FDM e avanzati semplificati (NEWMARK)

STRAIN SOFTENING- FSR_PROGRESSIVE=1.00 - Deformazioni plastiche a taglio-Step_310



Dott. Ing. OLIVETO Francesco

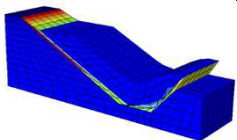
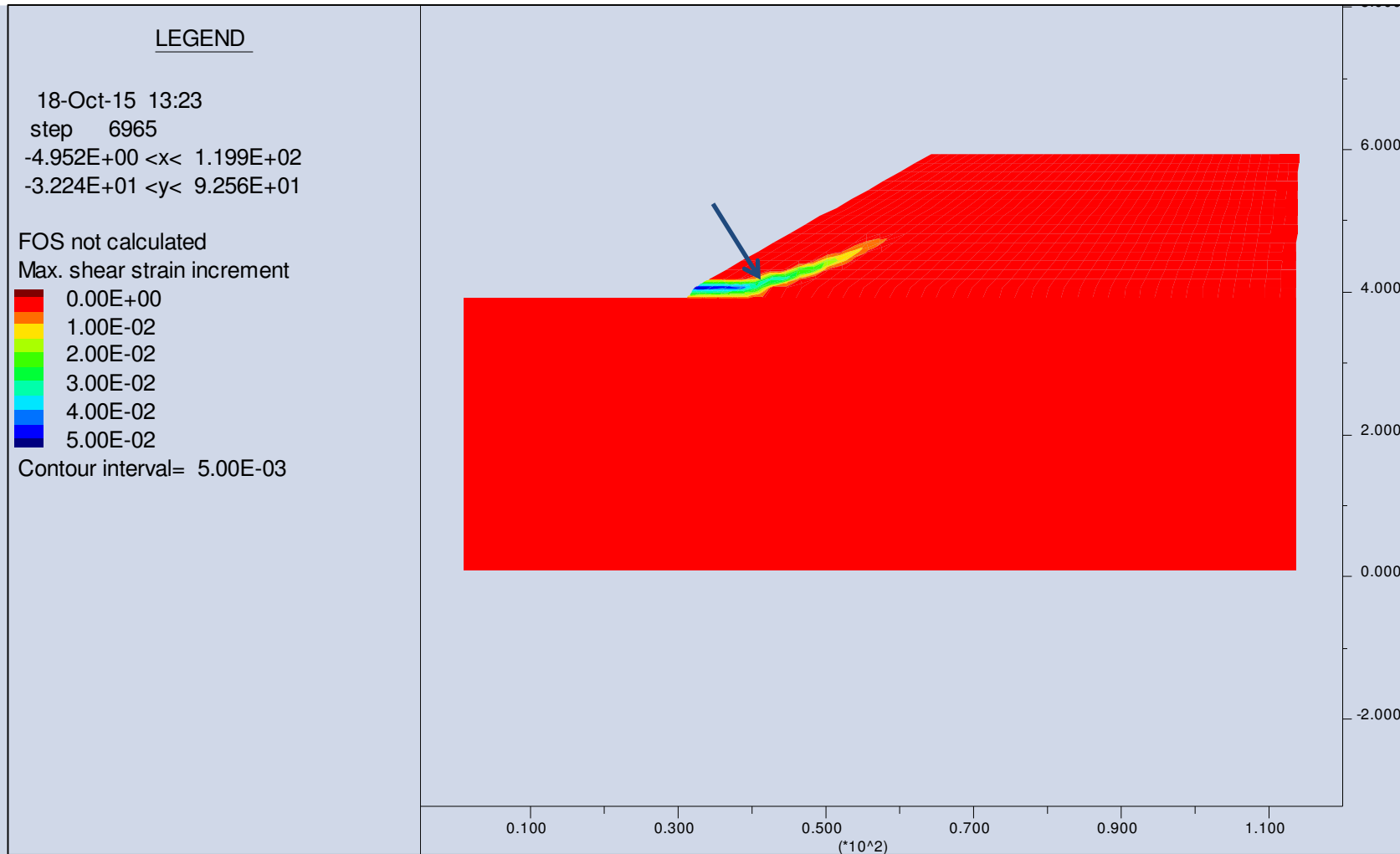
CORSO: Meccanica delle Frane e Metodologie di Consolidamento

23 Settembre 2017

pag. 57

2. CALCOLI DI STABILITA DEI PENDII : Metodi di calcolo MEL, FEM/FDM e avanzati semplificati (NEWMARK)

STRAIN SOFTENING- FSR_PROGRESSIVE=1.00 – Deformazioni plastiche a taglio-Step_320



Dott. Ing. OLIVETO Francesco

CORSO: Meccanica delle Frane e Metodologie di Consolidamento

23 Settembre 2017

pag. 58

2. CALCOLI DI STABILITA DEI PENDII : Metodi di calcolo MEL, FEM/FDM e avanzati semplificati (NEWMARK)

STRAIN SOFTENING- $FSR_PROGRESSIVE=1.00$ - Deformazioni plastiche a taglio-Step_330

LEGEND

18-Oct-15 13:24

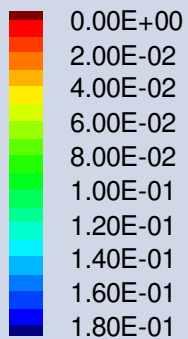
step 7295

-4.952E+00 <x< 1.199E+02

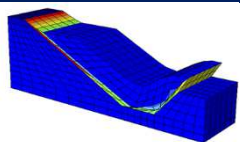
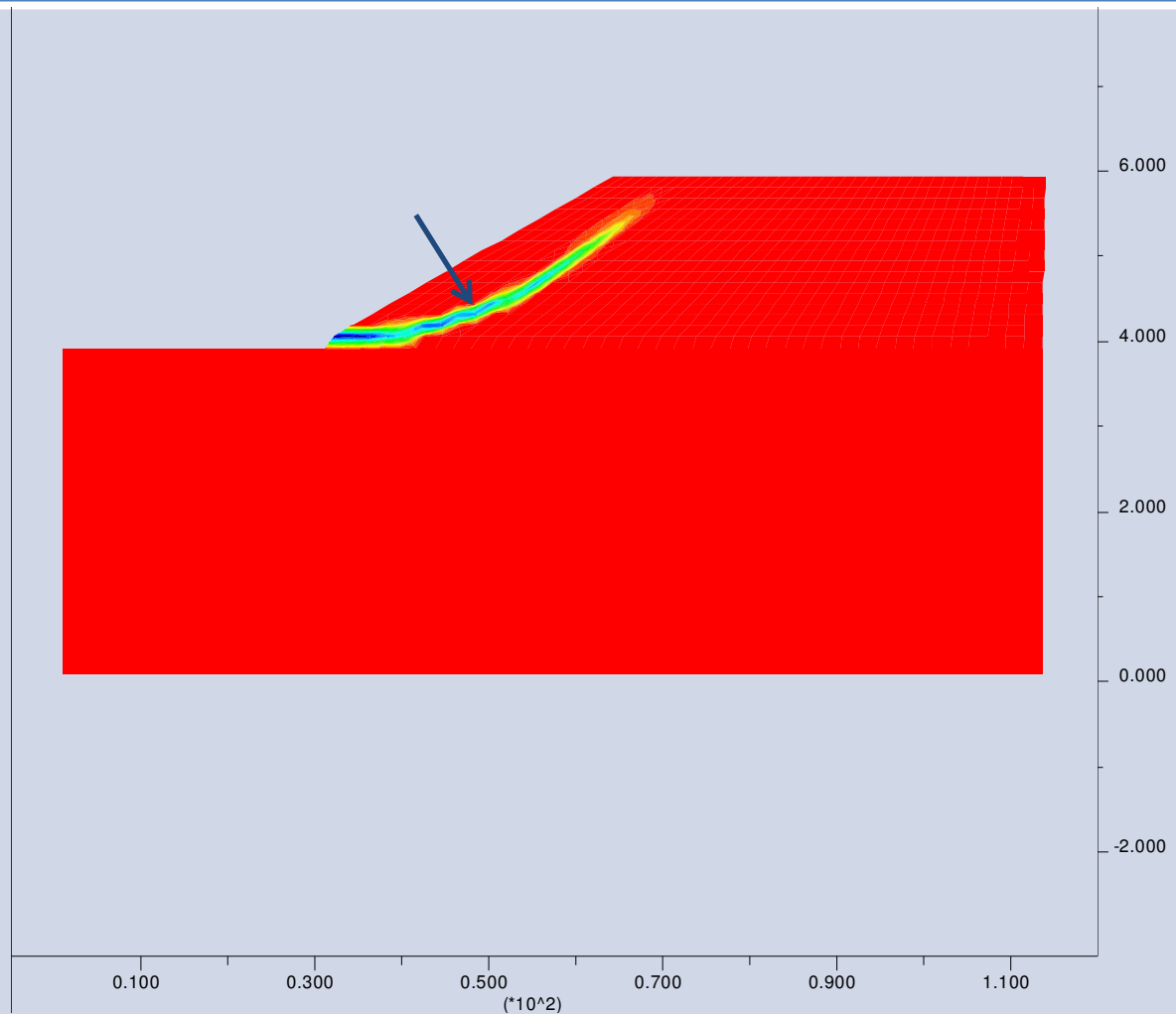
-3.224E+01 <y< 9.256E+01

FOS not calculated

Max. shear strain increment



Contour interval= 1.00E-02



Dott. Ing. OLIVETO Francesco

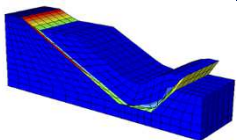
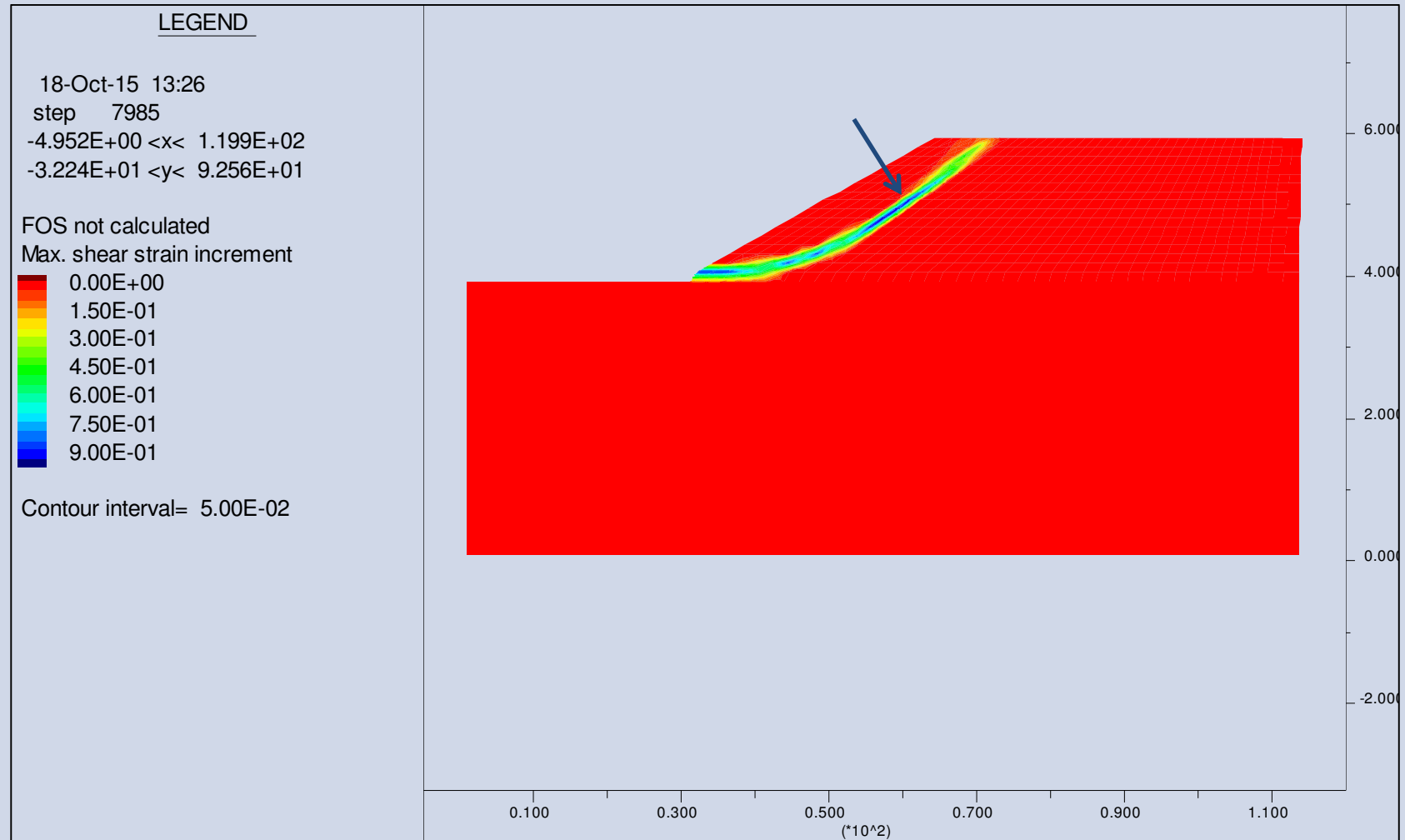
CORSO: Meccanica delle Frane e Metodologie di Consolidamento

23 Settembre 2017

pag. 59

2. CALCOLI DI STABILITÀ DEI PENDII : Metodi di calcolo MEL, FEM/FDM e avanzati semplificati (NEWMARK)

STRAIN SOFTENING- $FSR_PROGRESSIVE=1.00$ – Deformazioni plastiche a taglio-Step_350



Dott. Ing. OLIVETO Francesco

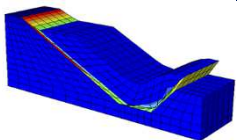
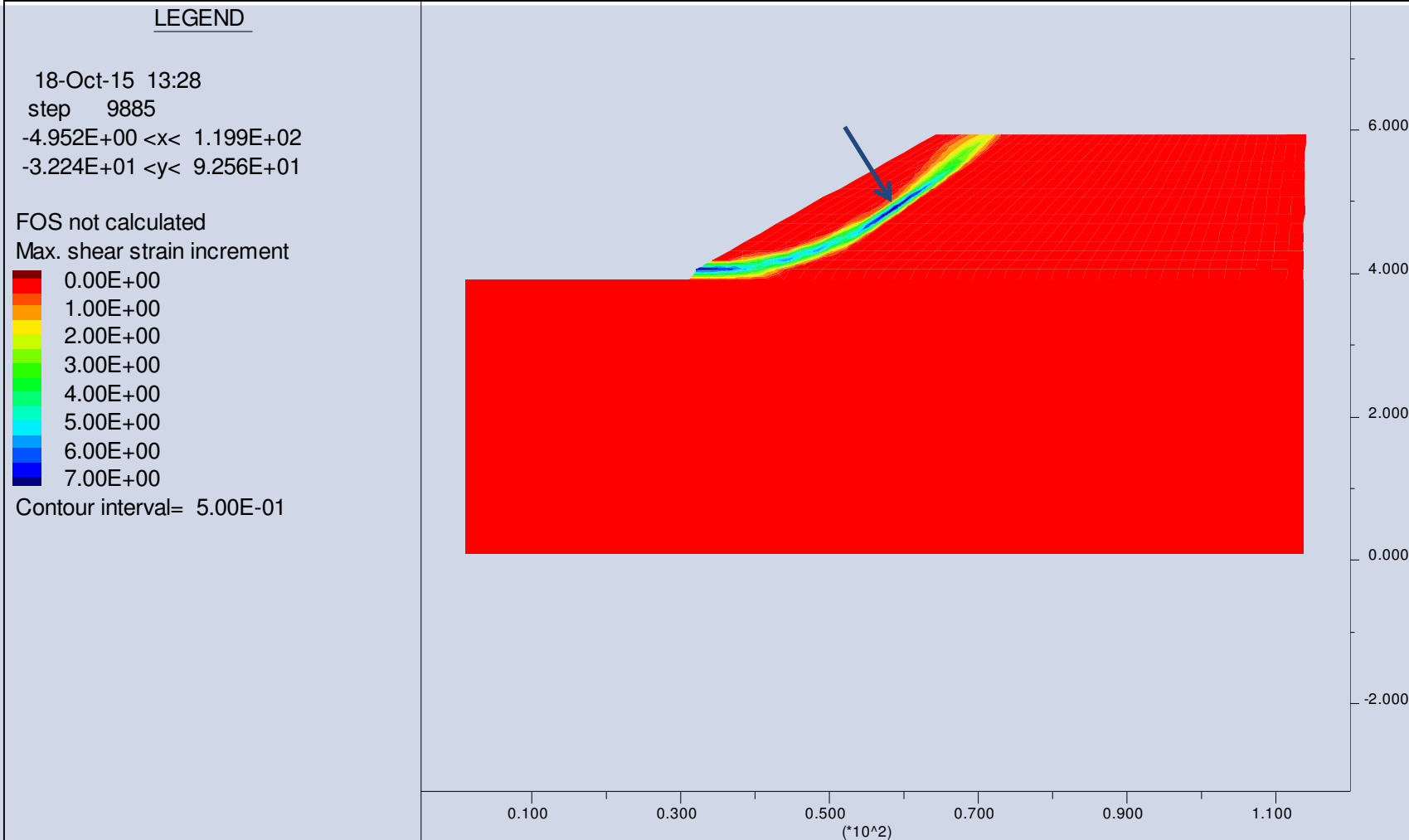
CORSO: Meccanica delle Frane e Metodologie di Consolidamento

23 Settembre 2017

pag. 60

2. CALCOLI DI STABILITA DEI PENDII : Metodi di calcolo MEL, FEM/FDM e avanzati semplificati (NEWMARK)

STRAIN SOFTENING- $FSR_PROGRESSIVE=1.00$ – Deformazioni plastiche a taglio-Step_400



Dott. Ing. OLIVETO Francesco

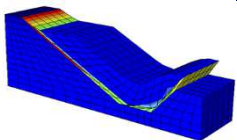
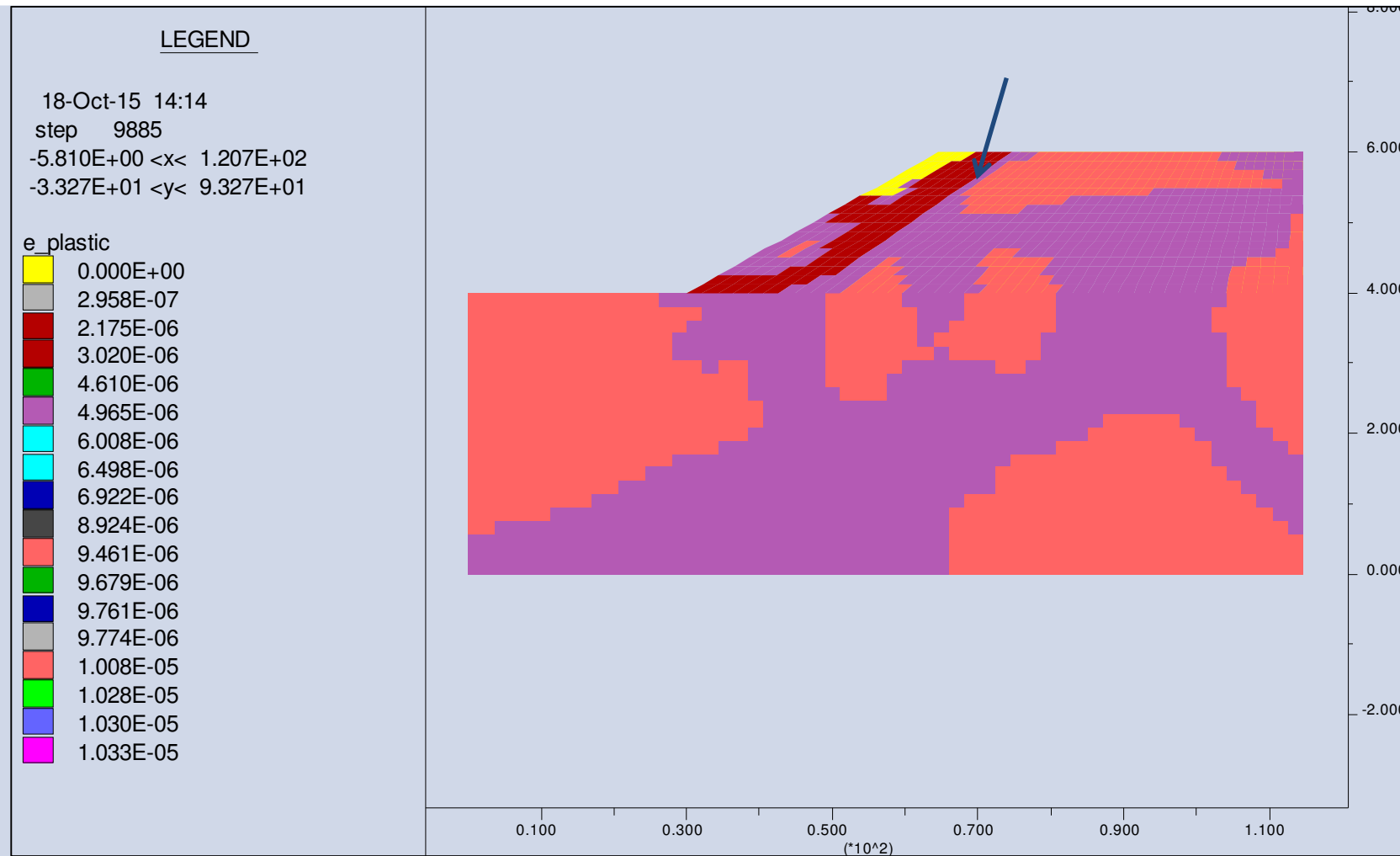
CORSO: Meccanica delle Frane e Metodologie di Consolidamento

23 Settembre 2017

pag. 61

2. CALCOLI DI STABILITA DEI PENDII : Metodi di calcolo MEL, FEM/FDM e avanzati semplificati (NEWMARK)

STRAIN SOFTENING- FSR_PROGRESSIVE=1.00 - Stato Plastico-Step_400



Dott. Ing. OLIVETO Francesco

CORSO: Meccanica delle Frane e Metodologie di Consolidamento

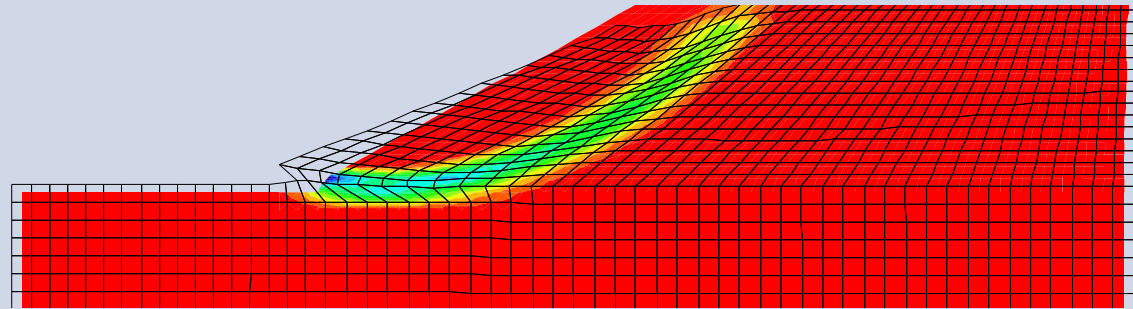
23 Settembre 2017

pag. 62

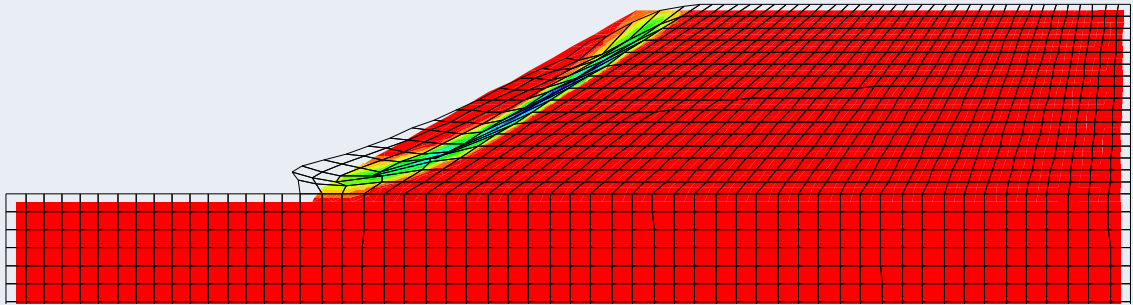
2. CALCOLI DI STABILITÀ DEI PENDII : Metodi di calcolo MEL, FEM/FDM e avanzati semplificati (NEWMARK)

RISULTATI A CONFRONTO

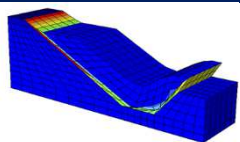
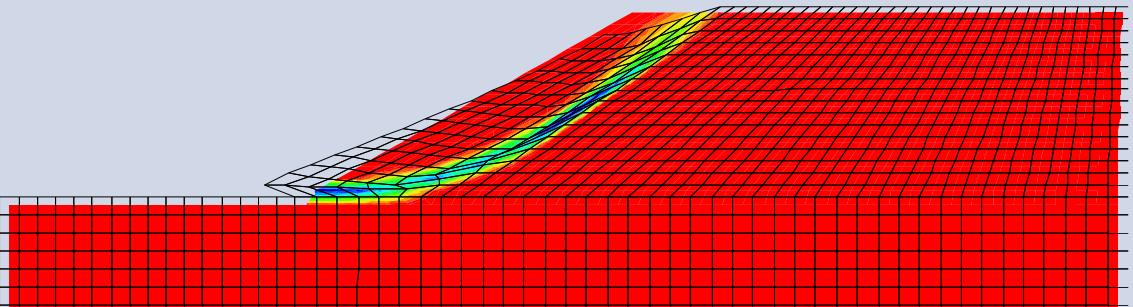
Parametri di picco: 1.240



Parametri residui: 0.580



Strain – Softening: 1.001



2. CALCOLI DI STABILITÀ DEI PENDII : Metodi di calcolo MEL, FEM/FDM e avanzati semplificati (NEWMARK)

RISULTATI A CONFRONTO

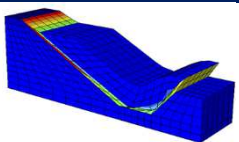
Parametri di picco: 1.240

Parametri residui: 0.580

Strain – Softening: 1.001

Dalla tabella sopra riportata, si possono trarre le seguenti osservazioni nel caso di legge strain – softening con degrado accentuato:

- ☐ Il valore del fattore di sicurezza ottenuto utilizzando i parametri di resistenza al taglio residuo comporta valori bassi **0.580**, che se risultano a vantaggio di sicurezza per la stabilità non lo sono per la progettazione di un eventuale sistema di consolidamento profondo in quando la superficie di scorrimento e il volume mobilizzato risulta più superficiale con spinte limitate sull'opera;
- ☐ Il valore del fattore di sicurezza ottenuto utilizzando i parametri di resistenza a taglio di picco comporta valori elevati **1.240** che risultano a svantaggio di sicurezza per la stabilità, di contro non lo sono per la progettazione di un intervento di sostegno in quando la superficie di scorrimento e il volume mobilizzato risulta più ampio e profondo con spinte elevate sull'opera;
- ☐ Il valore del fattore di sicurezza ottenuto integrando nella procedura numerica FDM/SFR il modello costitutivo strain softening pari ad **1.001** , comporta un valore più realistico della stabilità ed il giusto compromesso per la progettazione di un intervento di consolidamento in quando la superficie di scorrimento e il volume mobilizzato risultano intermedi dei casi estremi comportando un valore di spinta sull'opera ragionevole.

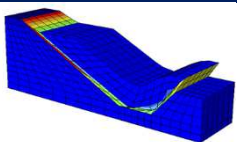
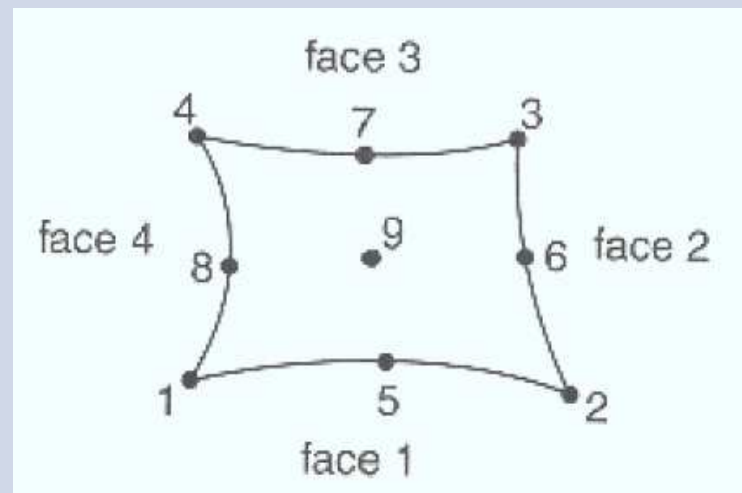
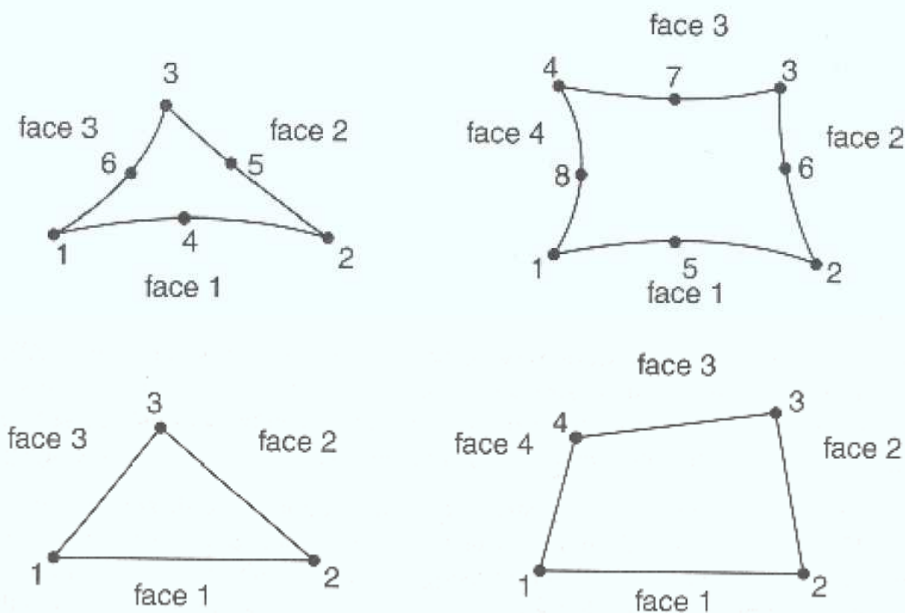


2. CALCOLI DI STABILITÀ DEI PENDII : Metodi di calcolo MEL, FEM/FDM e avanzati semplificati (NEWMARK)

GENERALITÀ

L'Analisi FEM per la stabilità dei pendii è basata su tecniche di calcolo incrementali o iterative. Il pendio in condizioni di deformazione piana viene schematizzato in elementi finiti plain-strain triangolari a 3, 6, 15 nodi o quadrangolari a 4, 8, 9 nodi, ciascuno con caratteristiche geometriche e geotecniche peculiari.

TIPI DI ELEMENTI FINITI PER ANALISI PLAIN STRAIN



2. CALCOLI DI STABILITÀ DEI PENDII : Metodi di calcolo MEL, FEM/FDM e avanzati semplificati (NEWMARK)

GENERALITÀ

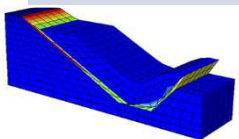
Le caratteristiche geotecniche sono definite in termini di coesione, attrito interno, dilatanza, coefficienti di Poisson e modulo di Young. Tali termini sono ricavati in base al modello di collasso utilizzato:

- ☐ *da prove in sito o in laboratorio per il modello di Mohr – Coulomb per i suoli ;*
- ☐ *mediante correlazioni con i parametri del modello di Hoek-Brown per le rocce ;*

Il modello geotecnico del terreno in fase di rottura del pendio comporta una funzione di superamento del collasso di tipo non associato, interpretata secondo una teoria di comportamento visco - plastico.

L'analisi geotecnica di collasso è condotta secondo il criterio di Mohr – Coulomb generalizzato e fornisce tutta una serie di importanti dati di output:

- ☐ *il coefficiente di sicurezza contro la “rottura” del pendio ;*
- ☐ *la geometria esatta del movimento franoso, con ricostruzione puntuale del fenomeno di scivolamento;*
- ☐ *a previsione incrementale delle modalità e dei movimenti di avvicinamento al collasso del pendio, con possibilità di riscontro qualitativo / quantitativo in sito mediante strumentazione geotecnica;*
- ☐ *una tomografia della funzione di collasso secondo il criterio di Mohr – Coulomb, con individuazione delle masse di terreno soggette a instabilizzazione già nelle prime fasi del processo franoso.*



2. CALCOLI DI STABILITÀ DEI PENDII : Metodi di calcolo MEL, FEM/FDM e avanzati semplificati (NEWMARK)

GENERALITÀ

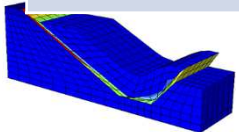
Le condizioni della falda freatica vengono introdotte sia tenendo conto della saturazione dei terreni, sia considerando il regime di sforzi (totali / efficaci) da considerare nella soluzione del problema.

L'analisi sismica è condotta con possibilità di inserire campi di accelerazioni orizzontali in eventuale contemporaneità con accelerazioni verticali, queste ultime dirette sia verso il basso sia verso l'alto.

L'algoritmo risolutivo è di tipo iterativo. In una prima fase si verifica la stabilità del pendio nelle condizioni "iniziali" risultanti dai dati geotecnici e di campagna, ossia sono verificate le condizioni del pendio considerando i valori nominali dei parametri geotecnici.

Successivamente i parametri di resistenza dei terreni vengono ridotti dividendoli per una serie di coefficienti di sicurezza, via via crescenti, e si ripete il calcolo F.E.M. fino a quando, a causa della diminuzione introdotta dal coefficiente di sicurezza in uso in quel preciso step di calcolo, il pendio non risulta più stabile.

Il collasso del pendio nel suo insieme risulta dal collasso di una sommatoria sufficientemente estesa di singoli elementi finiti.



2. CALCOLI DI STABILITÀ DEI PENDII : Metodi di calcolo MEL, FEM/FDM e avanzati semplificati (NEWMARK)

GENERALITÀ

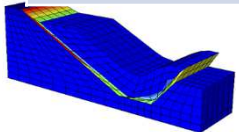
Ogni volta che un singolo elemento di terreno collassa perché le sue risorse di resistenza al taglio sono insufficienti, una parte di sforzi viene ridistribuita agli elementi vicini.

Questi elementi possono sopportare l'incremento di sollecitazione, riarraggiandosi, oppure crollare a loro volta. Nel secondo caso, anch'essi ridistribuiscono al contorno le sollecitazioni in eccesso, e il calcolo di stabilità viene ripetuto per l'intero pendio nelle mutate condizioni.

Nel caso in cui le ripetizioni successive (iterazioni) del calcolo portino infine ad una situazione complessivamente stabilizzata, il pendio viene considerato verificato per quel preciso coefficiente di sicurezza applicato alla coesione e all'attrito interno.

Si passa quindi ad incrementare il coefficiente di sicurezza (ovvero a diminuire coesione e attrito interno di calcolo) e si ripetono i passaggi dell'analisi F.E.M. Il nuovo coefficiente di sicurezza viene applicato alla coesione c ed alla tangente dell'angolo di attrito interno ϕ .

Il pendio si considera complessivamente crollato quando dopo un congruo numero di iterazioni (suggerite almeno 500) le calcolazioni non convergono, ovvero la redistribuzione delle sollecitazioni al collasso non ha termine. Il coefficiente di sicurezza F_s immediatamente precedente al collasso verrà quindi assunto come quello effettivo del pendio a rottura.



2. **CALCOLI DI STABILITÀ DEI PENDII** : Metodi di calcolo MEL, FEM/FDM e avanzati semplificati (NEWMARK)

LA RICERCA DEL FATTORE DI SICUREZZA

Le analisi con i metodi FEM dei sistemi geotecnici vengono condotte per lo più nei seguenti casi:

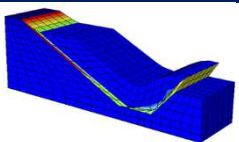
- ☐ *determinare il grado di sicurezza di un dato sistema, sia esso un pendio, o una paratia, una fondazione, una palificazione, uno scavo, tunnel etc.;*
- ☐ *in altri casi speciali è richiesta unicamente la determinazione degli spostamenti nella varie parti dell'ammasso di terreno, tipo consolidazione, creep etc., in questi casi la resistenza del terreno è irrilevante.*

Normalmente le analisi a rottura sono condotte mediante due metodologie:

1. *il metodo della fattorizzazione dei parametri di resistenza (SRF);*
2. *il metodo per incremento dei carichi applicati*

IL METODO SRF (Strength Reduction Factor)

- ☐ *Il metodo SRF permette di approssimare con la precisione voluta le condizioni limite di stabilità, superate le quali si verifica il collasso, di un sistema geotecnico.*
- ☐ *Il sistema è inizialmente considerato nelle proprie condizioni geometriche e idrologiche ed i terreni sono caratterizzati mediante i parametri geotecnici “caratteristici”, ovvero corrispondenti alle rilevazioni in sito (prove di campo e di laboratorio).*



2. CALCOLI DI STABILITÀ DEI PENDII : Metodi di calcolo MEL, FEM/FDM e avanzati semplificati (NEWMARK)

LA RICERCA DEL FATTORE DI SICUREZZA

IL METODO SRF (Strength Reduction Factor)

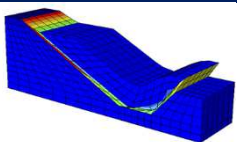
Il metodo si basa sulla ripetizione della medesima verifica di stabilità, nelle stesse condizioni generali, ma introducendo nei calcoli valori sistematicamente e proporzionalmente ridotti dei soli parametri di resistenza al taglio ϕ e c . In altre parole, si ripetono più volte i calcoli di stabilità utilizzando parametri geotecnici decrescenti.

In questo modo si raggiungono le condizioni di collasso del pendio proprio a causa delle scarse caratteristiche di resistenza a taglio introdotte artificialmente. Una volta raggiunto il collasso generalizzato, il fattore di sicurezza del sistema viene espresso come rapporto tra i valori della parametrizzazione geotecnica caratteristica e quelli dei parametri ridotti al limite del collasso.

*Opportuni approfondimenti delle analisi permettono di stimare con sufficiente precisione i valori dei parametri di resistenza nella “condizione ultima” più prossima al collasso geotecnico. Per definizione, il fattore di sicurezza viene definito come valore di **SFR** per il quale vengono divisi i parametri di resistenza a taglio al verificarsi della “prima” condizione di instabilità.*

I valori di coesione e attrito interno fattorizzati e introdotti nei calcoli (c_f - ϕ_f) si determinano a partire dai valori caratteristici (c_k e ϕ_k) come segue:

$$c_f = c_k / SRF \quad - \quad \phi_f = \text{Arctan}[(\tan \phi_k) / SRF]$$



2. CALCOLI DI STABILITÀ DEI PENDII : Metodi di calcolo MEL, FEM/FDM e avanzati semplificati (NEWMARK)

LA RICERCA DEL FATTORE DI SICUREZZA

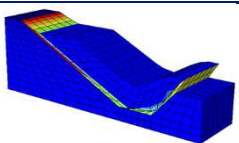
IL METODO SRF (Strength Reduction Factor)

Quando l'analisi geotecnica FEM determina il collasso del sistema, il valore di SRF corrispondente viene assunto come fattore di sicurezza F_s .

In generale, i metodi FEM in campo viscoplastico rispondono alla domanda se la stabilità sia verificata e risolvono il problema della determinazione dei cedimenti. D'altra parte, se non si svolgono altre analisi, rimane incerto il grado di sicurezza, con l'incognita di quanto sia prossima (o distante) una situazione di collasso più o meno generalizzato del sistema.

Il grado di accuratezza con il quale si determina il fattore di sicurezza nei metodi FEM è nei fatti a discrezione dell'utilizzatore. Esso dipende dal numero di ripetizione delle analisi e dai valori reimpostati del fattore SFR.

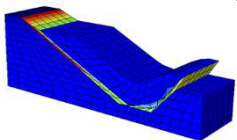
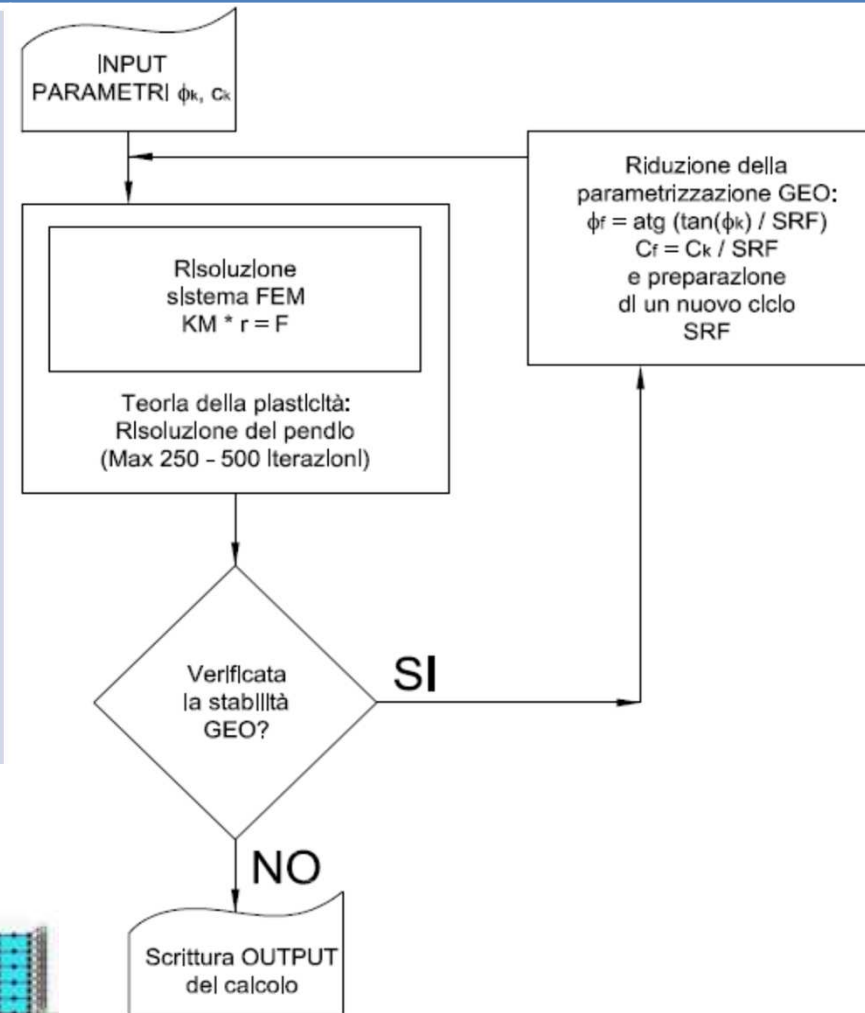
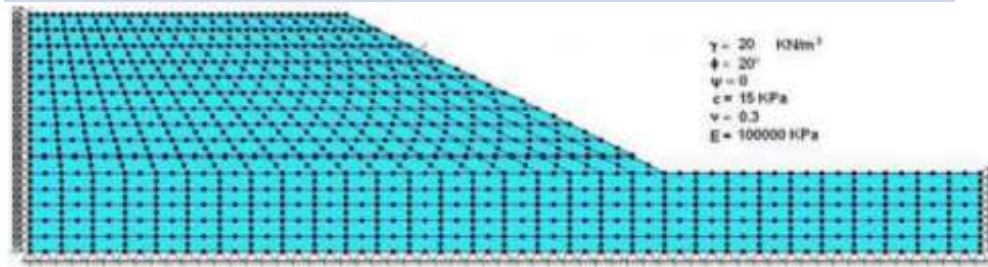
Negli algoritmi FEM l'adozione del metodo SRF comporta la ripetizione delle calcolazioni con le modalità già presentate per tenere conto della plasticità del terreno. Il suo utilizzo non modifica l'esecuzione delle analisi ma semplicemente ne aumenta il numero. Il diagramma di flusso per l'applicazione del metodo è mostrato nella seguente figura:



2. CALCOLI DI STABILITÀ DEI PENDII : Metodi di calcolo MEL, FEM/FDM e avanzati semplificati (NEWMARK)

LA RICERCA DEL FATTORE DI SICUREZZA –METODO SRF

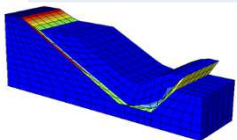
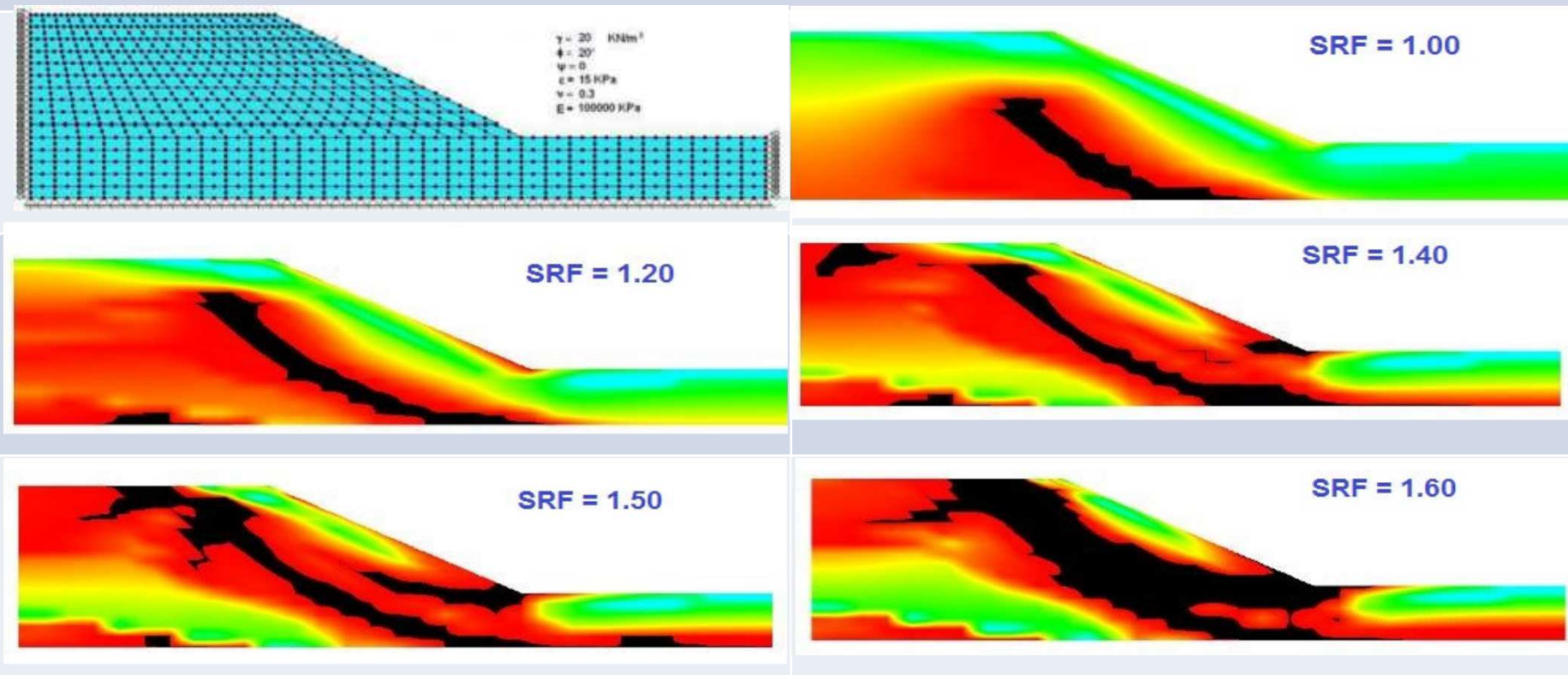
Nell'analisi delle fasi attraverso i quali un pendio giunge a collasso, il metodo SRF permette interessanti considerazioni sul modo in cui si sviluppa la plasticizzazione. Nella seguente figura è mostrato un pendio che viene sottoposto ad analisi FEM mediante algoritmo viscoplastico, con criterio di collasso di Mohr-Coulomb e funzione di collasso non associata, con esecuzione di un massimo di 500 cicli di analisi per la verifica di convergenza del sistema. Geometria dell'esempio e parametrizzazione geotecnica sono assunti come in Smith – Griffiths (2004).



2. CALCOLI DI STABILITÀ DEI PENDII : Metodi di calcolo MEL, FEM/FDM e avanzati semplificati (NEWMARK)

LA RICERCA DEL FATTORE DI SICUREZZA –METODO SRF

Nelle immagini riportate è mostrato il meccanismo di sviluppo delle zone plasticizzate (evidenziate in colore nero) quando ai parametri di resistenza a taglio dello stesso terreno vengono applicati valori di **SRF crescenti da 1 fino a 1.60**



2. CALCOLI DI STABILITÀ DEI PENDII : Metodi di calcolo MEL, FEM/FDM e avanzati semplificati (NEWMARK)

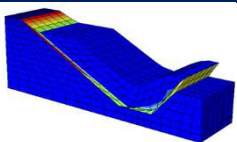
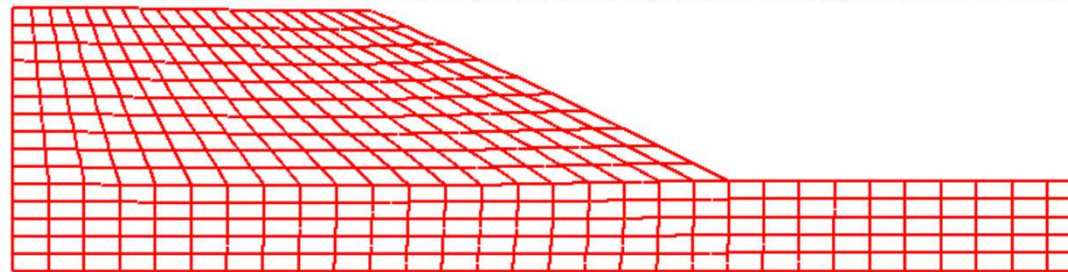
LA RICERCA DEL FATTORE DI SICUREZZA –METODO SRF

Nel primo ciclo FEM, per $FS = SRF = 1$, la parametrizzazione geotecnica corrisponde a quella caratteristica dei terreni. L'analisi evidenzia la plasticizzazione di una certa porzione di suolo interamente confinata al di sotto della superficie topografica.

All'aumentare del fattore SRF e perciò al diminuire della resistenza a taglio considerata nei calcoli, i fenomeni di plasticizzazione si estendono progressivamente.

All'aumentare del fattore SRF e perciò al diminuire della resistenza a taglio considerata nei calcoli, i fenomeni di plasticizzazione si estendono progressivamente.

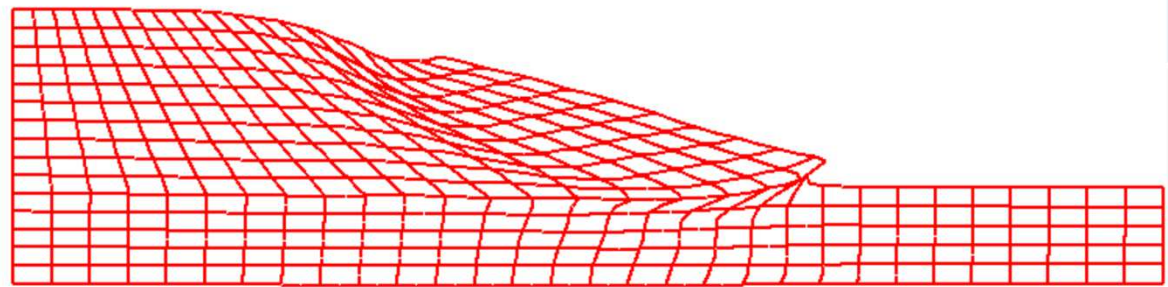
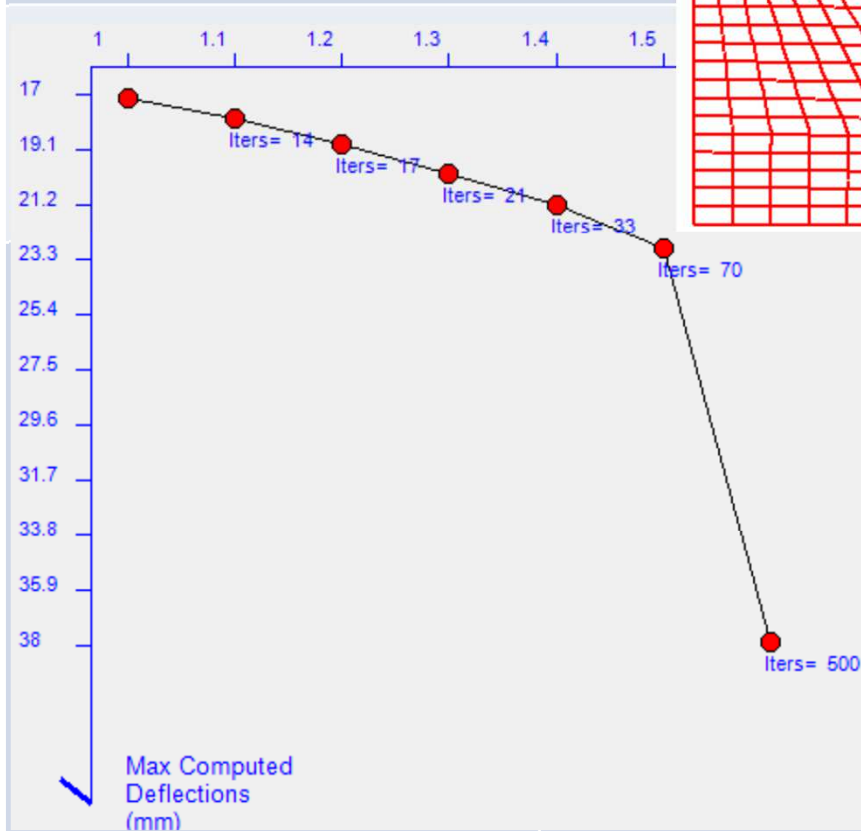
Per $SRF = 1.60$ le zone plasticizzate sono unite in modo da garantire l'esistenza di un'unica superficie di scivolamento che inizia alla sommità del pendio e termina al piede. Si noti che le deformate del pendio restituite dall'analisi viscoplastica FEM per valori variabili di SRF fino a 1.5 sono tutte del tipo mostrato in figura. in cui non si notano particolari distorsioni della maglia.



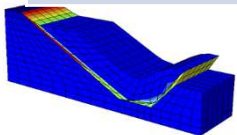
2. CALCOLI DI STABILITÀ DEI PENDII : Metodi di calcolo MEL, FEM/FDM e avanzati semplificati (NEWMARK)

LA RICERCA DEL FATTORE DI SICUREZZA –METODO SRF

Riportata in scala opportuna, la deformata a collasso ($RSF = 1.6$) è quella mostrata in Fig. 7, dove è facilmente ricostruibile un cinematismo collegato ad una più o meno ben definita superficie di scivolamento.



Un ulteriore modo di evidenziare i fenomeni associati al collasso di un pendio consiste nel graficare gli spostamenti massimi determinati mediante l'analisi FEM in funzione del valore di SRF applicato, come mostrato in Figura a lato.



Dott. Ing. OLIVETO Francesco

CORSO: Meccanica delle Frane e Metodologie di Consolidamento

23 Settembre 2017

pag. 75

2. CALCOLI DI STABILITÀ DEI PENDII : Metodi di calcolo MEL, FEM/FDM e avanzati semplificati (NEWMARK)

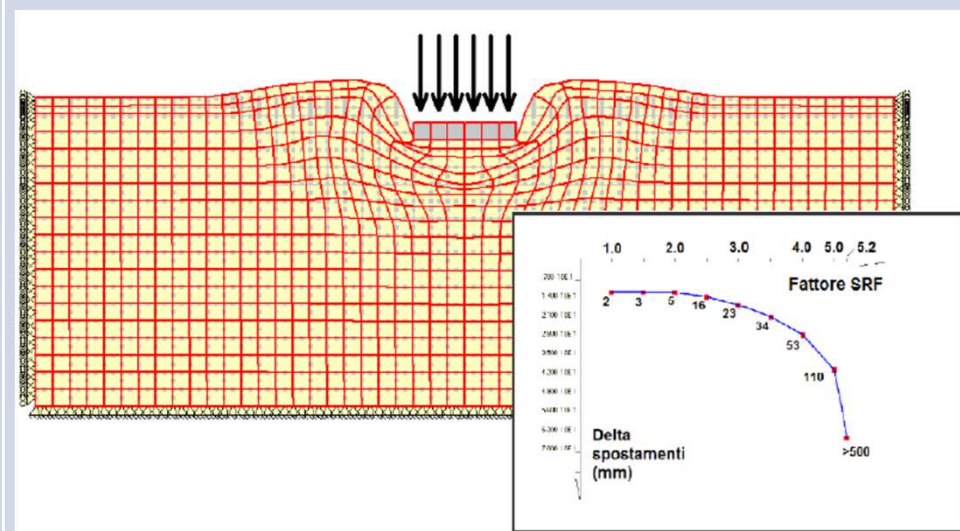
LA RICERCA DEL FATTORE DI SICUREZZA –METODO INCREMENTO DEI CARICHI

Un secondo tipo di verifica geotecnica è più usuale per i problemi in cui vi è presenza di carichi esterni, come nel classico problema di valutazione della capacità portante di una fondazione.

*In questi casi si preferisce definire il fattore di sicurezza **FS** come rapporto tra il carico che produce il collasso di un sistema geotecnico diviso per il carico nominale per il quale deve essere verificato il sistema. In altri termini, detti p_{lim} il carico ultimo che genera collasso e p_0 il carico per il quale si esegue la verifica, il fattore di sicurezza è definito come $FS = p_{lim} / p_0$.*

Il collasso viene registrato dopo l'esecuzione di 500 iterazioni viscoplastiche in corrispondenza di un sensibile aumento dei cedimenti che mostra una discontinuità in corrispondenza dell'applicazione di un fattore del carico pari a 5.20.

In Figura sopra riportata, è mostrata l'analisi di una fondazione diretta rigida caricata verticalmente con una sollecitazione uniforme, poggiante su terreno argilloso avente coesione non drenata pari a 100 KPa.



*La fondazione viene sottoposta a carichi crescenti fino a collasso, che avviene a **520 KPa**, risultato paragonabile al valore "geotecnico" di capacità portante dato da $2 (+ \pi) * C_u = 5.14 * 100 = 514 \text{ KPa}$.*

